

CUADERNO DE EJERCICIOS

Matemática



BÁSICO

Verónica Muñoz Correa
Ana José Chacón Aguirre



Ministerio de
Educación

Gobierno de Chile

EDICIÓN ESPECIAL PARA EL
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN



CUADERNO DE EJERCICIOS

Matemática

Verónica Muñoz Correa

Profesora de Matemática
Pontificia Universidad Católica

Ana José Chacón Aguirre

Licenciada en Educación Matemática
y computación
Universidad de Santiago de Chile

8

BÁSICO



Los ascensores de Valparaíso son un medio de transporte muy usado, debido a las características del emplazamiento de la ciudad, entre las cuales encontramos la pendiente de sus cerros. Algunos de los ascensores son tan característicos, que fueron declarados Monumentos Históricos Nacionales.

El Cuaderno de ejercicios **Matemática 8.º básico**, es una creación del Departamento de Estudios pedagógicos de Ediciones SM, Chile.

Dirección editorial

Arlette Sandoval Espinoza

Coordinación editorial

María José Martínez Cornejo

Coordinación área Matemática

Carla Frigerio Cortés

Edición

Verónica Muñoz Correa

Autoría

Ana José Chacón Aguirre

Verónica Muñoz Correa

Corrección de estilo y prueba

Loreto Navarro Loyola

Desarrollo de solucionario

José Antonio Romante Flores

Dirección de arte

Carmen Gloria Robles Sepúlveda

Coordinación de diseño

Gabriela de la Fuente Garfias

Diseño de portada

Estudio SM

Diseño y diagramación

Teresa Serrano Quevedo

Jefatura de producción

Andrea Carrasco Zavala

Este cuaderno corresponde al Octavo año de Enseñanza Básico y ha sido elaborado conforme al Decreto Supremo N° 614/2013, del Ministerio de Educación de Chile.

©2015 – Ediciones SM Chile S.A. – Coyancura 2283 piso 2 – Providencia

ISBN: 978-956-349-952-0 / Depósito legal: 260988

Se terminó de imprimir esta edición de xxx.xxx ejemplares en el mes de xx 2017.

Impreso por A Impresores

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

Presentación

Estimado y estimada estudiante:

El siguiente material fue diseñado para reforzar y profundizar los conocimientos y habilidades que trabajarás durante este curso. Te encontrarás con actividades que te motivarán para comenzar el estudio de nuevos conocimientos, repasando aquellos necesarios para enfrentar con éxito cada nueva unidad. Este material está organizado en las mismas secciones y lecciones del texto e incluye recursos para realizar en forma individual y grupal, además de páginas destinadas a actividades de integración y evaluación, como también páginas enfocadas a la resolución de problemas. Al finalizar cada unidad tendrás disponible actividades de cierre que integran los conocimientos y habilidades adquiridas durante el trabajo en ellas. Para maximizar el espacio e incluir la mayor cantidad de ejercicios y problemas te pedimos que realices los desarrollos en tu cuaderno y solo escribas tu respuesta en este Cuaderno, ya que contarás con un espacio para ello. Por último, en las páginas finales encontrarás las soluciones a los ejercicios y problemas incluyendo más de una opción para aquellas preguntas que lo requieran.

Este Cuaderno de ejercicios pertenece a:

.....
.....

Del curso:

Del colegio:

UNIDAD

1

Números

Sección 1

Operaciones con números positivos y negativos

Lección 1: ¿Cómo multiplicar números enteros?.....	6
Lección 2: ¿Cómo dividir números enteros?.....	8
Lección 3: ¿El cociente de dos números enteros es siempre entero?.....	10
Lección 4: ¿Cómo sumar y restar fracciones y decimales negativos?.....	11
Lección 5: ¿Cómo multiplicar números decimales y fracciones?.....	12
Lección 6: ¿Cómo dividir números decimales y fracciones?.....	14
¿Cómo voy?.....	16
Resolución de problemas.....	18

Sección 2

Potencias y raíces cuadradas

Lección 7: ¿Cómo calcular una potencia de base y exponente naturales?.....	20
Lección 8: ¿Cómo multiplicar potencias de igual base?, ¿y de igual exponente?.....	21
Lección 9: ¿Cómo dividir potencias de igual base?, ¿y de igual exponente?.....	23
Lección 10: ¿Cuál es el valor de una potencia de exponente 0?.....	25
Lección 11: ¿Cómo se calcula una raíz cuadrada?.....	26
Lección 12: ¿Cómo ubicar raíces cuadradas en la recta numérica?.....	27
¿Cómo voy?.....	28
Resolución de problemas.....	30

Sección 3

Variaciones porcentuales

Lección 13: ¿Cómo calcular una variación porcentual?.....	32
Lección 14: ¿Cómo hacer cálculos usando variaciones porcentuales?.....	34
¿Cómo voy?.....	36
Resolución de problemas.....	38

¿Qué aprendí?..... 40

UNIDAD

2

Álgebra y funciones

Sección 4

Expresiones algebraicas

Lección 15: ¿Qué representa una expresión algebraica?.....	42
Lección 16: ¿Cómo multiplicar expresiones algebraicas?.....	44
Lección 17: ¿Cómo factorizar expresiones algebraicas?.....	46
¿Cómo voy?.....	48
Resolución de problemas.....	50

Sección 5

Ecuaciones e inecuaciones

Lección 18: ¿Cómo modelar situaciones con ecuaciones?.....	52
Lección 19: ¿Cómo resolver ecuaciones?.....	54
Lección 20: ¿Cómo modelar situaciones con inecuaciones?.....	56
Lección 21: ¿Cómo representar la solución de una inecuación?.....	57
Lección 22: ¿Cómo resolver inecuaciones?.....	58
¿Cómo voy?.....	60
Resolución de problemas.....	62

Sección 6

Función lineal y función afín

Lección 23: ¿Cómo relacionar la proporcionalidad directa y la función lineal?.....	64
Lección 24: ¿Cómo representar y analizar una función lineal?.....	65
Lección 25: ¿Cómo definir una función afín?.....	67
Lección 26: ¿Cómo interpretar los parámetros de una función afín?.....	69
Lección 27: ¿Cómo analizar y graficar una función afín?.....	70
Lección 28: ¿Cómo modelar situaciones usando las funciones afín o lineal?.....	72
¿Cómo voy?.....	74
Resolución de problemas.....	76

¿Qué aprendí?..... 78

Sección 7 Área y volumen de prismas y cilindros

Lección 29: ¿Cómo estimar el volumen de prismas y cilindros?	80
Lección 30: ¿Cómo calcular el volumen de prismas y cilindros?	81
Lección 31: ¿Cómo estimar el área de prismas y cilindros?	83
Lección 32: ¿Cómo calcular el área de prismas y cilindros?	84
Lección 33: ¿Qué aplicaciones tiene el cálculo del volumen y área de prismas y cilindros?	86
¿Cómo voy?	88
Resolución de problemas	90

Sección 8 Teorema de Pitágoras

Lección 34: ¿Qué es y cómo se verifica el teorema de Pitágoras?	92
Lección 35: ¿Qué aplicaciones tiene el teorema de Pitágoras?	94
¿Cómo voy?	96
Resolución de problemas	98

Sección 9 Transformaciones isométricas

Lección 36: ¿Qué es y cómo se realiza una traslación?	100
Lección 37: ¿Qué es y cómo se realiza una reflexión?	102
Lección 38: ¿Qué es y cómo se realiza una rotación?	104
Lección 39: ¿Cómo realizar transformaciones isométricas en un <i>software</i> ?	106
Lección 40: ¿Cómo componer transformaciones isométricas?	109
Lección 41: ¿Cómo realizar teselaciones?	112
¿Cómo voy?	114
Resolución de problemas	116
¿Qué aprendí?	118

Sección 10 Interpretación y elección de gráficos

Lección 42: ¿Cómo interpretar la información de un gráfico?	120
Lección 43: ¿Cómo comparar gráficos?	122
Lección 44: ¿Cómo escoger el gráfico más adecuado para un requerimiento?	124
¿Cómo voy?	126
Resolución de problemas	128

Sección 11 Medidas de posición

Lección 45: ¿Qué es un percentil?	130
Lección 46: ¿Qué es un cuartil?	132
Lección 47: ¿Cómo representar gráficamente los cuartiles?	134
Lección 48: ¿Cómo construir diagramas de cajas usando un <i>software</i> ?	136
Lección 49: ¿Cómo comparar muestras usando medidas de posición?	138
¿Cómo voy?	140
Resolución de problemas	142

Sección 12 Probabilidades

Lección 50: ¿Qué es el principio multiplicativo?	144
Lección 51: ¿Cuál es la cardinalidad de un espacio muestral?	146
Lección 52: ¿Cómo calcular probabilidades usando el principio multiplicativo?	148
¿Cómo voy?	150
Resolución de problemas	152
¿Qué aprendí?	154

Solucionario	156
--------------------	-----

¿Cómo multiplicar números enteros?

» Propósito

Comprender la multiplicación de números enteros.

Para multiplicar números enteros, se puede proceder de la siguiente manera:

- Se multiplican los valores absolutos de los números, de la misma forma que en las operaciones con números naturales. Para determinar el **signo** del resultado basta con observar los signos de los números presentes en la operación:
- Si los números que se multiplican tienen el mismo signo, el producto es positivo.
- Si los números que se multiplican tienen signo diferente, el producto es negativo.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

$$4 \cdot 7 = 28$$

- $(-40) \cdot 100 =$ _____
- $(-117) \cdot 4 =$ _____
- $(-12) \cdot 6 =$ _____
- $(-7) \cdot (-9) =$ _____
- $1000 \cdot (-99) =$ _____
- $0 \cdot (-9) =$ _____
- $(-7) \cdot 0 =$ _____
- $(-201) \cdot (-201) =$ _____
- $23\,456 \cdot 1 =$ _____
- $(-10 \cdot 100 \cdot 1000) =$ _____
- $(-5) \cdot (-3) \cdot (-2) =$ _____

2. Calcula el valor que falta en cada igualdad y completa.

$$7 \cdot (-6) = -42$$

- $(-5) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -40$
- $\underline{\hspace{2cm}} \cdot 7 = 84$
- $689 \cdot (-2) =$ _____
- $(-689) \cdot 2 =$ _____
- $\underline{\hspace{2cm}} \cdot (-15) = 120$
- $\underline{\hspace{2cm}} \cdot (-20) = 800$
- $\underline{\hspace{2cm}} \cdot 5 = 17 + (-77)$
- $83 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 8383$
- $(-1) \cdot \underline{\hspace{2cm}} \cdot (-1) = -1$
- $(-2 + 3) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 7$
- $1000 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -10000$

3. Calcula el resultado de cada expresión.

$$2 - 3 \cdot (-2) + (-5) = 3$$

- $2 \cdot (2 \cdot (-4) + (-7)) - 4 =$ _____
- $-12 \cdot (-3) + (-5) \cdot 5 + (-3) \cdot (-6) =$ _____
- $(-3) - 20 + 5 \cdot (4 - 8) =$ _____
- $-9 + 7 \cdot 3 - 15 \cdot 0 - 6 =$ _____

Aplica

4. Identifica el error cometido en cada caso y corrígelo.

a. $|-170| \cdot 10 = -1700$

Corrección: _____

b. $(18 + (-20)) \cdot 10 = -380$

Corrección: _____

c. $0 \cdot (-45) = -45$

Corrección: _____

5. Aplica la multiplicación de números enteros para calcular el valor pedido en cada caso.

a. El triple de -5 .

b. El producto del antecesor de -7 y el sucesor de -16 .

c. El producto del antecesor de -10 y el inverso aditivo de 14 .

d. El doble del producto del inverso aditivo del inverso aditivo de -4 y el elemento neutro de la adición en los números enteros.

e. El resultado de -2 tres veces por sí mismo.

f. La suma de los primeros tres múltiplos de 5 y los primeros tres múltiplos de 7.

6. Resuelve los siguientes problemas.

a. Camila retiró de su cuenta de ahorro \$ 8500 cada mes durante 5 meses. ¿Qué cambio se produjo en su saldo?

R: _____

b. Cierta día la temperatura de una ciudad descendió 3 grados cada hora, durante 4 horas seguidas. ¿Cuál fue el cambio total en la temperatura?

R: _____

c. En el mar, un buzo desciende 2 m cada 3 segundos. Si está en la superficie, y comienza a sumergirse ¿a qué profundidad se encontrará pasados 18 segundos?

R: _____

d. La temperatura al interior de un congelador es de 20°C y, luego de encendido, disminuye a razón de 4°C por cada media hora. Si se ponen cubetas con agua para hacer hielo, ¿Cuánto demora en llegar a 0°C ?

R: _____

¿Cuánto en lograr los -16°C ?

R: _____

e. Julio y María venden mallas de paltas en la feria. Las mallas de Julio contienen 10 paltas y cuestan \$ 3500 cada una, mientras que las de María vienen con 12 paltas y cuestan \$ 4800. Ayer Julio vendió 30 bolsas y María 20. ¿Quién vende las paltas más caras? ¿Quién recibió más dinero por las ventas?

R: _____

f. En un juego Rodrigo obtiene tres veces 7 puntos a favor y dos veces 5 puntos en contra. Por otra parte, Francisca obtiene dos veces 6 puntos a favor y cinco veces 2 puntos en contra. ¿Cuál es el ganador del juego?

R: _____

g. Una pared está formada por 131 filas de 289 ladrillos cada una. Si se necesita saber aproximadamente el número de ladrillos, ¿cómo aproximarías las cantidades? ¿Cuál sería el resultado aproximado? ¿Cuál sería el resultado exacto?

R: _____

h. Un bus tiene capacidad para 55 pasajeros. Si un pasaje cuesta \$15 750, ¿cuánto dinero se recaudó en un viaje con el bus completo?

R: _____

i. Una bomba extrae el petróleo de un pozo a 820 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 32 m de altura. ¿Cuántos metros recorre el petróleo?

R: _____

j. La temperatura baja aproximadamente 3°C cada 500 metros. Si un avión sube 4500 m ¿cuántos grados ha bajado la temperatura?

R: _____

k. Una cámara de refrigeración baja su temperatura en 3°C cada 20 minutos. Si en un momento marca 25°C , ¿cuánto tiempo se demorará en que en la cámara haya una temperatura de -8°C ?

R: _____

l. En promedio, en una escalera que va de un piso a otro en un edificio hay 17 escalones de 18 cm cada uno.

- ¿Qué altura tiene cada piso?

R: _____

- Si te encuentras en el piso 8, ¿a qué altura estás?

R: _____

- Si el edificio tiene 4 subterráneos y tú estás en el tercero, ¿a qué profundidad te encuentras?

R: _____

Desafío

En una fábrica de chocolates, se hacen 2750 bombones diarios. Por unidad su costo es \$ 85 y el precio de venta es de \$ 100.

¿Cuántos bombones se hacen en una semana si se trabaja de lunes a viernes?

R: _____

En una semana se recaudaron \$ 1 300 000, ¿cuánto se ganó o perdió esa semana?

R: _____

¿Cómo dividir números enteros?

» Propósito

Comprender la división de números enteros.

Al dividir números enteros, se procede de la siguiente manera:

- Se dividen los valores absolutos de los números, de la misma forma que en las operaciones con números naturales.
- Para determinar el signo del resultado basta con observar los signos de los números presentes en la operación:

Si los números que se dividen tienen el mismo signo, el cociente es positivo. Si los números que se dividen tienen signos diferentes, el cociente es negativo.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Resuelve las siguientes divisiones.

$$(-20) : 4 = -5$$

- $(-360) : 60 =$
- $0 : (-10000) =$
- $48 : 8 =$
- $243 : (-81) =$
- $(-10800) : 5400 =$
- $(-363) : 33 =$
- $(-286) : (-11) =$
- $(-25) : (-5) =$
- $(-1500) : (-1500) =$
- $(-1500) : 1500 =$
- $(-783) : (-9) : (-3) =$
- $(18 : (-6)) : (-3) =$

2. Calcula el valor que falta en cada igualdad y completa.

$$21 : (-3) = -7$$

- $(-5000) : 500 =$ _____
- $(-252) : 4 =$ _____
- _____ : $(-15) = 13$
- $(-816) :$ _____ $= -68$
- $299 :$ _____ $= -23$
- $10000 :$ _____ $= -100$
- $0 : (-100) =$ _____
- $1378 : (-689) =$ _____
- _____ : $(-17) = -13$
- _____ : $(-1) = -1$
- $(-358) :$ _____ $= -2$
- _____ : $12 = -12$

3. Si $a \Phi b = a \cdot (-b) \cdot (b : a)$, calcula el resultado en cada caso.

$$4 \Phi 16 = 4 \cdot (-16) \cdot (16 : 4) = -256$$

- $(-5) \Phi 25 =$ _____
- $3 \Phi 27 =$ _____
- $(-4) \Phi 4 =$ _____
- $2 \Phi (-8) =$ _____

Aplica

4. Resuelve los siguientes ejercicios combinados.

- $9 \cdot (-6) : 54 =$
- $9 : (-3) \cdot 5 =$
- $-7 \cdot 13 \cdot (-4) =$
- $4 \cdot (-7 + 3) =$
- $42 \cdot 8 : (-6) =$
- $8 \cdot (-6) : 4 =$
- $(50 - 25) \cdot 0 - 16 : 4 =$
- $(-5) \cdot (-8) - (-56) : (-4) =$
- $-16 : (-2) : 4 + (-20) : 4 =$
- $3 - 2 : (-2) + (-15) : (-3) =$
- $2 \cdot (20 - 2 \cdot 4) : (-4) + 3 \cdot (-5) =$

5. Aplica la división de números enteros para calcular el valor pedido en cada caso.

- El cociente de una división con dividendo -588 y divisor 14 .

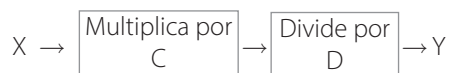
- El divisor de una división con dividendo 150 y cociente -6 .

- c. El dividendo de una división con divisor -4 y cociente 16 .

- d. El resultado de -2 tres veces por sí mismo y luego dividido por -8 .

- e. El divisor si el dividendo es 24 y el cociente es -2 .

6. Calcula el valor de Y que se obtiene al aplicar sobre X las operaciones sucesivas, según el esquema.



- a. $X = 12$ $C = 4$ $D = 3$ $Y =$ _____
- b. $X = -28$ $C = -2$ $D = -4$ $Y =$ _____
- c. $X = 50$ $C = -8$ $D = -5$ $Y =$ _____
- d. $X = 42$ $C = 8$ $D = -6$ $Y =$ _____

7. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Un montañista se encuentra a 1500 m sobre el nivel del mar y asciende hasta los 2800 m en 4 horas. ¿Cuántos metros ascendió por hora?
R: _____
- b. Las temperaturas mínimas registradas durante los 5 primeros días de invierno fueron: -4 °C; -2 °C; -3 °C; -1 °C; -5 °C. ¿Cuál fue la temperatura promedio durante esos 5 días?
R: _____
- c. En un edificio, la altura de cada piso es de 3 m. Si estamos a 18 metros de profundidad, indica con un número entero, el subterráneo en que nos encontramos.
R: _____
- d. En un estanque hay 900 litros de agua. Por la parte superior, una llave vierte en el estanque 15 litros de agua por minuto, y por la parte inferior, por una manguera salen 20 litros por minuto. ¿Cuántos litros de agua habrá en el estanque después de 15 minutos de funcionamiento?
R: _____
- e. Un día de invierno, a las 9 de la mañana, la temperatura es -3 °C y a las 3 de la tarde es 21 °C. Si la temperatura ha aumentado uniformemente, ¿cuántos grados ha subido por hora?
R: _____
- f. Marcos registró la masa, en gramos, que ha perdido semanalmente: -200 , -50 , -150 y -100 . En promedio, ¿cuánta masa ha perdido?
R: _____
- g. El cociente de dos números es -16 y el divisor es -8 , entonces ¿cuál es el dividendo?
R: _____
- h. Observa la siguiente sucesión de números enteros: -144 , 72 , -36 , 18 Si se mantiene el mismo patrón, ¿cuál es el siguiente término de la sucesión?
R: _____
- i. El producto de dos números es -48 . Si uno de los factores es 12 , ¿cuál es el otro factor?
R: _____
- j. ¿Cuál es el sucesor del resultado de esta operación $-60 : 12 - 3 \cdot (-2) + 2$?
R: _____
- k. Un submarino se encuentra a -88 m y después de 2 horas a -44 m. Si su ascenso ha sido constante, ¿a qué profundidad está media hora después de haber comenzado a subir?
R: _____
- l. ¿Cuál es el número que corresponde a la tercera parte de -27 aumentada en el resultado de la resta entre -12 y -7 ?
R: _____
- m. Gracias a una oferta bancaria, Ximena solicita un crédito sin interés de \$ $672\,000$ en 12 cuotas que se descontarán de su saldo en su cuenta corriente. ¿Qué monto referente al crédito solicitado aparecerá en su estado de cuenta?
R: _____
- n. En cierta ciudad a las $16:00$ h se registró una temperatura de 31 °C y a las $20:00$ h los termómetros marcaban 23 °C. Si la temperatura bajó la misma cantidad de grados cada 30 minutos. ¿Qué temperatura había a las $18:30$ h?
R: _____

Desafío

Un número entero cumple las condiciones siguientes: su valor absoluto es mayor que 5 y menor que 9 y cuando se divide por 2 su cociente es negativo, ¿cuál puede ser su valor?

R: _____

El cociente de dos números enteros, ¿es siempre entero?

» Propósito

Explorar el cociente de números enteros.

- Cuando se dividen números enteros los cocientes pueden ser números enteros, decimales o fracciones negativas o positivas.
- Cada fracción, ya sea positiva o negativa, se puede expresar en forma decimal.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Representa cada división, primero como fracción y luego como decimal.

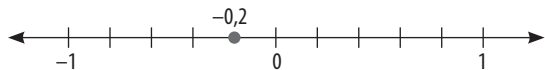
$$15 : (-20) \rightarrow \frac{-3}{4} \rightarrow -0,75$$

- a. $(-2) : 5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
 b. $(-27) : (-18) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
 c. $16 : 50 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
 d. $(-9) : 6 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Realiza las siguientes divisiones y luego ubica los cocientes en la recta numérica.

$$-3 : 15 = -0,2$$

- a. $2 : -5 = \underline{\hspace{2cm}}$ d. $3 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$
 b. $-32 : -40 = \underline{\hspace{2cm}}$ e. $7 : 14 = \underline{\hspace{2cm}}$
 c. $-4 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ f. $-54 : 90 = \underline{\hspace{2cm}}$



3. Cambia cada fracción a su expresión decimal.

$$\frac{-3}{5} > -3 : 5 = -0,6$$

- a. $\frac{-7}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$ d. $\frac{-8}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$
 b. $\frac{6}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$ e. $\frac{13}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$
 c. $\frac{-15}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ f. $\frac{-38}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

4. Escribe cada decimal como fracción irreducible.

$$-1,6 = \frac{-16}{10} = \frac{-8}{5} = -1\frac{3}{5}$$

- a. $-3,4 = \underline{\hspace{2cm}}$ d. $1,1 = \underline{\hspace{2cm}}$
 b. $0,9 = \underline{\hspace{2cm}}$ e. $-0,8 = \underline{\hspace{2cm}}$
 c. $-1,3 = \underline{\hspace{2cm}}$ f. $-2,6 = \underline{\hspace{2cm}}$

Aplica

5. Identifica el número menor (m) y el mayor (M) de cada grupo de números racionales.

- a. $3,5; -4,2; 0,8; -0,4$ m = _____; M = _____
 b. $\frac{5}{6}; \frac{-8}{3}; \frac{1}{12}; \frac{-3}{4}$ m = _____; M = _____
 c. $-6,4; \frac{24}{8}; -0,6; \frac{19}{5}$ m = _____; M = _____
 d. $\frac{7}{10}; \frac{-3}{4}; 0,6; \frac{-2}{5}$ m = _____; M = _____

6. Resuelve los siguientes problemas justificando tu respuesta.

- a. Descubre un patrón y escribe los siguientes cuatro términos de la sucesión: $32; -16; 8; \dots$

- b. En la cartola de la cuenta corriente de Andrés aparece un saldo de $-\$158\,625$. Si decide pagar su deuda en 6 cuotas, ¿cuál será el valor de cada una?

- c. Por recomendación médica Antonio se puso a dieta, registrando la pérdida de masa corporal semanal en la siguiente tabla.

Semana	1	2	3	4
Pérdida (kg)	$\frac{-3}{4}$	-1,2	$\frac{-7}{5}$	-0,8

¿En qué semana perdió más masa corporal? Justifica tu respuesta.

¿Cómo sumar y restar fracciones y decimales negativos?

» Propósito

Representar adiciones y sustracciones de fracciones y decimales positivos y negativos.

- Para sumar fracciones y decimales debes considerar la regla de los signos: Si tienen igual signo, se conserva el signo de los sumandos y se suman los valores absolutos. Si tienen distinto signo, se restan los valores absolutos y se conserva el signo del sumando de mayor valor absoluto.
- Para restar fracciones y decimales, se suma al minuendo el opuesto del sustraendo.
- Para resolver operaciones combinadas de adición y sustracción, se procede de izquierda a derecha.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Completa las operaciones con las cifras que faltan.

	6	,	4	3	1
+	2	,	9	8	7
	9	,	4	1	8

c.

		,	3		4
-	6	,		2	8
	2	,	8	2	

a.

	7	,	4		8
-	2	,		4	
	5	,	3	2	1

d.

	6	,	1		7
-	2	,		5	9
		,	7	6	

b.

	4	,	3		7
+		,	6	9	
	8	,	0	2	1

e.

	2	,		4	0
+		,	2	1	
	9	,	1		6

2. Resuelve las siguientes operaciones.

$$\frac{5}{9} - \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{9}$$

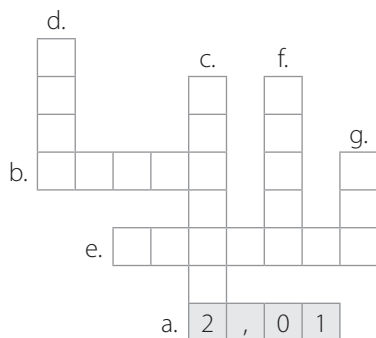
a. $\frac{-1}{2} - \frac{1}{8} - \frac{4}{5} =$

c. $\frac{5}{6} + \frac{2}{10} + \frac{5}{10} =$

b. $\frac{3}{5} - \frac{3}{7} - \frac{3}{10} =$

d. $\frac{-9}{10} - \left(\frac{2}{10} + \frac{5}{10} \right) =$

3. Completa el siguiente crucigrama.



- a. Dos unidades y una centésima.
- b. $24,8 + 10,96$
- c. $190,543 - 64,091$
- d. Valor posicional de 3 en 1,23.
- e. $46,852 + 89,05 + 118,235$
- f. $1,059 - 1 - 0,058$
- g. Siete décimas.

Aplica

4. Resuelve los siguientes problemas.

a. Tres amigas salieron a caminar. Amalia recorrió 4,12 km, Luciana recorrió 1,55 km más que Marta y Marta recorrió $1\frac{8}{25}$ km menos que Amalia. ¿Cuántos kilómetros recorrieron Luciana y Marta?

R: _____

b. Para preparar una torta, Jorge utilizó 1,75 kg de los $\frac{14}{5}$ kg de harina que tenía. Si para una nueva preparación necesita $1\frac{3}{4}$ kg, ¿cuántos kilogramos le faltan?

R: _____

Desafío

Una parcela tiene 600 m² y se quieren sembrar dos sextos de su superficie. De lo restante, se ocuparán tres cuartos para construir una casa y el resto para juegos. ¿Cuánto mide la superficie del terreno que se ocupará para cada una de los propósitos señalados?

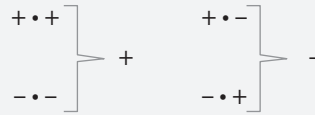
R: _____

¿Cómo multiplicar números decimales y fracciones?

» Propósito

Multiplicar fracciones y decimales negativos.

- Para multiplicar números racionales debes considerar la regla de los signos.



- Luego de saber el signo del producto, debes multiplicar el valor absoluto de los factores.

Practicemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Calcula los siguientes productos.

$$72,345 \cdot (-100) = -7234,5$$

- a. $-3,056 \cdot 1,2 =$
- b. $-3,111 \cdot (-0,86) =$
- c. $25,3 \cdot 40,17 =$
- d. $96,022 \cdot (-1,5) =$
- e. $12,65 \cdot (-3,47) =$
- f. $-1\,000 \cdot 0,001 =$
- g. $\frac{4}{3} \cdot 1\frac{2}{16} =$
- h. $\frac{-8}{12} \cdot \frac{144}{80} =$
- i. $\frac{-9}{17} \cdot \frac{-34}{729} =$
- j. $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{14} \cdot \frac{-7}{4} =$
- k. $\frac{-6}{8} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{-12}{4} \cdot \frac{8}{6} =$

2. Calcula el valor de las expresiones siguientes.

$$\frac{8}{3} \cdot 1,5 = \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{2} = 4$$

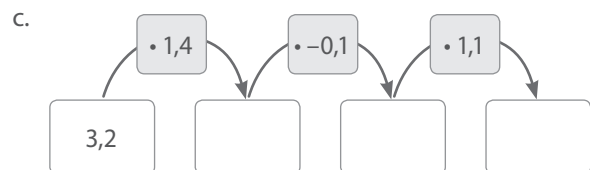
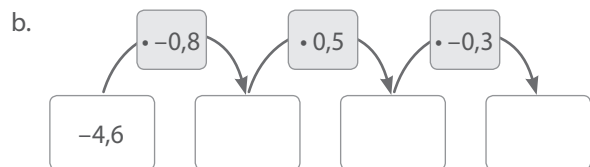
- a. $3\frac{1}{2} \cdot (-2,1) =$
- b. $(-6,7) \cdot 2,1 \cdot \frac{7}{9} =$
- c. $-1,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{10} =$
- d. $(-1,4) \cdot \left(5,4 + \frac{1}{10}\right) =$
- e. $-0,75 \cdot \frac{32}{21} - 12 \cdot \frac{-5}{24} =$

Aplica

3. Calcula el valor de $\left(1 - \frac{1}{m}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ para cada par de valores de m y n.

- a. $m = -1$ y $n = 3$ _____
- b. $m = -4$ y $n = 6$ _____
- c. $m = -2$ y $n = -3$ _____
- d. $m = -2$ y $n = 5$ _____
- e. $m = 3$ y $n = -4$ _____
- f. $m = 9$ y $n = 3$ _____

4. Completa los rectángulos encontrando cada producto.



5. Completa las siguientes multiplicaciones.

a. $\frac{-2}{3} \cdot \frac{-8}{8} = \frac{1}{2}$

c. $1 \cdot \frac{-3}{5} = \frac{1}{10}$

b. $\frac{7}{7} \cdot \frac{14}{5} = \frac{6}{5}$

d. $\frac{4}{4} \cdot \frac{-2}{15} = \frac{1}{10}$

6. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Las dos séptimas partes de un muro están pintadas, lo que corresponde a 14 m^2 . ¿Cuántos metros cuadrados del muro no están pintados?

R: _____

- b. Un colegio tiene 2322 alumnos, de los cuales cinco novenos son mujeres. ¿Cuántos varones hay en el colegio?

R: _____

- c. En un diario mural, $\frac{6}{8}$ de la superficie están cubiertos con imágenes. De ese espacio, se ocuparon $\frac{2}{5}$ con fotografías de automóviles. ¿Qué fracción del diario mural se destinó a fotos de automóviles?

R: _____

- d. De mi casa al colegio hay una distancia de 1200 metros. Cinco sextos del recorrido los hago solo y el resto, con Juan. ¿Cuántos metros camino con Juan?

R: _____

- e. Se deja caer una pelota desde una altura de 120 cm. En cada rebote, alcanza dos tercios de la altura anterior. Determina la altura que alcanzará en el tercer rebote.

R: _____

- f. Si por cada transacción internacional un banco cobra 5,63 dólares, ¿cuántos dólares debe pagar una persona que realizó 25 de estas operaciones bancarias?

R: _____

- g. Se tienen 124 cajas con 21 bolsas cada una. Si la masa de cada bolsa es $10,54 \text{ kg}$, ¿cuál es la masa de cada caja?

R: _____

¿Cuál es la masa de todas las cajas?

R: _____

- h. Si el lado de un cuadrado mide $2,75 \text{ cm}$, ¿cuál es su área?

R: _____

- i. Una persona pide un préstamo de 20,49 UF, que pagará en 9 cuotas de 2,85 UF cada una. Una vez que termine de pagar todas las cuotas, ¿cuál será el interés cancelado?

R: _____

- j. En algunos países, como Estados Unidos se utiliza la escala Fahrenheit para medir la temperatura. La fórmula que se aplica para convertir de grados Fahrenheit (F) en grados Celsius (C) es $C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$. Si el pronóstico para el día de hoy en Nueva York es de 69°F la temperatura máxima y 54°F la mínima, ¿qué temperaturas extremas tendrá Nueva York en grados Celsius?

R: _____

- k. El Rally Dakar 2015 realizado en Chile, Argentina y Bolivia recorrió 9000 km en total.

Cierto corredor tiene problemas mecánicos en la tercera parte de la primera mitad. ¿Qué distancia alcanzó a recorrer antes de la falla mecánica?

R: _____

Un corredor chileno se ve obligado a parar en los $\frac{8}{10}$ de los $\frac{3}{4}$ de la carrera. ¿Qué distancia ha recorrido hasta ahora?

R: _____

- l. La variación de temperatura durante las últimas 5 horas fue, en total, $-2,4^\circ \text{C}$ por hora. ¿Cuál fue el cambio total en la temperatura?

R: _____

- m. El largo de un rectángulo es $38,5 \text{ cm}$ y su ancho mide $2,5 \text{ cm}$. ¿Cuál es la medida de su área?

R: _____

Desafío

Del total de los asistentes a un taller musical, un sexto fueron mujeres adultas y un décimo, hombres adultos; del resto, las dos terceras partes correspondieron a niñas. Si la cantidad de niños fue de 88, ¿cuántos hombres, mujeres y niñas asistieron al taller?

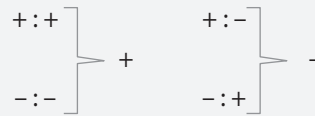
R: _____

¿Cómo dividir números decimales y fracciones?

» Propósito

Resolver problemas dividiendo números decimales y fracciones.

- Para dividir fracciones y decimales negativos debes considerar la regla de los signos.



- Luego de saber el signo del cociente, debes dividir el valor absoluto de las fracciones o decimales.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Calcula los siguientes cocientes de decimales.

$$-40,159 : 1,31 = 40\,159 : 131 \approx -30,656$$

- $3,6 : 5 =$
- $1\,980,2 : (-10) =$
- $-4796,19 : (-105) =$
- $-20,48 : 3,2 =$
- $-12,125 : (-4,85) =$
- $57,599 : 2,89 =$
- $40,159 : 1,31 =$
- $0,891 : 2,2 =$
- $13,583 : 12,05 =$

2. Calcula los siguientes cocientes de fracciones.

$$\frac{15}{45} \cdot \frac{35}{90} = \frac{15}{45} \cdot \frac{90}{35} = \frac{15 \cdot 90}{45 \cdot 35} = \frac{1350}{1575} = \frac{54}{63} = \frac{6}{7}$$

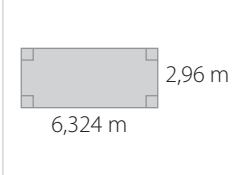
- $\frac{4}{3} \cdot \frac{12}{16} =$ _____
- $5 \frac{8}{10} : \frac{8}{30} =$ _____
- $\frac{\frac{3}{9}}{3 \frac{9}{27}} =$ _____
- $4 \frac{1}{4} : \frac{34}{32} =$ _____
- $5 \frac{6}{22} =$ _____
- $6 \frac{4}{6} : 1 \frac{10}{36} =$ _____

3. Completa la siguiente tabla.

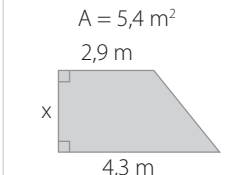
	•	5	12	3,8	14,76
a.				159,6	
b.	6,38	31,9			
c.			256,14		
d.					59,778

Aplica

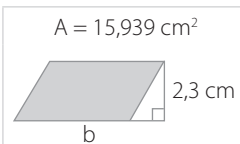
4. Escribe el valor que falta en cada caso. La letra A representa el área de la figura.

a. 

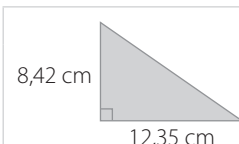
A = _____

d. 

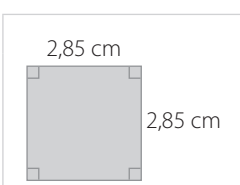
x = _____

b. 

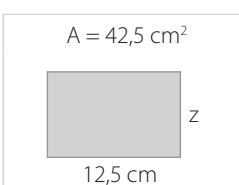
b = _____

e. 

A = _____

c. 

A = _____

f. 

z = _____

5. Calcula las operaciones indicadas y compara los resultados utilizando los signos $<$, $>$ o $=$.

a. $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3}$ $\frac{5}{3} \cdot \frac{10}{6}$

b. $4\frac{2}{4} \cdot \frac{8}{3}$ $\frac{14}{7} \cdot \frac{42}{21}$

c. $\frac{3}{9} \cdot 2\frac{6}{7}$ $\frac{32}{33} \cdot \frac{3}{4}$

d. $\frac{12}{44} \cdot \frac{24}{11}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

e. $3\frac{5}{10} \cdot \frac{6}{7}$ $2\frac{9}{10} \cdot \frac{58}{10}$

6. Resuelve los siguientes problemas.

a. Un jarro contiene dos litros y cuarto de jugo, que se desean repartir en vasos con una capacidad de cinco octavos de litro cada uno. ¿Cuántos vasos se ocupan? ¿Qué cantidad de jugo sobra?

R: _____

b. Cinco compañeros compran $3\frac{1}{4}$ kilogramos de carne para hacer un asado. Si un kilogramo de carne cuesta \$4980 y deciden pagar en partes iguales entre todos, ¿cuánto dinero le corresponde poner a cada uno?

R: _____

c. De una cinta de $\frac{5}{3}$ m de largo se quieren hacer lazos de $\frac{1}{6}$ m. ¿Cuántos lazos se pueden obtener?

R: _____

d. Si se disolvieron 1,925 litros de limpiador concentrado en 38,5 litros de agua, ¿cuánto limpiador fue disuelto por cada litro de agua?

R: _____

e. Se quiere cortar un lazo de 3,8 m de largo en trozos de 0,5 m. ¿Se pueden obtener ocho trozos?

R: _____

f. ¿Cuántos vasos de 0,2 litros se pueden llenar con $15\frac{1}{2}$ latas de bebida, si cada una contiene 0,35 litros?

R: _____

g. La masa corporal de tres personas es de 272,03 kg. Si una de las personas tiene una masa corporal de 75,43 kg y las otras dos personas tienen la misma masa entre ellas, ¿cuál es la masa corporal de cada una de ellas?

R: _____

h. ¿Cuántos envases de tres cuartos de litro se necesitan para envasar el agua contenida en 512 envases de un litro y cuarto?

R: _____

i. Javier está manejando su automóvil en la carretera, a una rapidez constante. A las 13:00 pasa por la marca que indica 47 km y a las 13:30 pasa la marca del kilómetro 107. ¿Con qué rapidez recorrió Javier esa distancia?

R: _____

j. La excavadora más grande del mundo, la Bagger 288, cava 0,6 km en una hora. ¿Cuánto se demorará en cavar un pozo de 1,13 km de profundidad?

R: _____

k. Si una milla equivale a 1,609 kilómetros y un kilómetro equivale a 1093,61 yardas, ¿cuántas yardas hay en una milla?

R: _____

l. Una nevera industrial varía su temperatura de los 14 °C a los -8 °C en 5 minutos.

• ¿Cuántos grados baja cada segundo si la disminución de temperatura es constante?

R: _____

• ¿Cuánto tiempo debe pasar para que la nevera pase de estar de 3 °C a -11 °C?

R: _____

m. Si una pulgada equivale a 2,54 cm, ¿cuánto mide, en centímetros, un televisor de 39 pulgadas?

R: _____

Desafío

Una piscina dispone de dos entradas de agua para su llenado. Si solo se usa la primera, la piscina tarda 5 horas en llenarse. Si solo se usa la segunda, tarda 3 horas. ¿Cuánto demorará en llenarse con los dos grifos abiertos a la vez?

R: _____

Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 1

Recuerda la regla de los signos:
Si los factores tienen igual signo, el producto es positivo.
Si los factores tienen diferente signo, el producto es negativo.
Primero resuelve los paréntesis, luego las multiplicaciones, finalmente las sumas y las restas.

- Calcula los siguientes productos.
 - $4 \cdot (-7 + 3) =$
 - $-7 \cdot 13 \cdot (-4) =$
 - $3 - 2 \cdot (-2) + (-15) \cdot (-3) =$
 - $2 \cdot (20 - 2 \cdot 4) + (-4) + 3 \cdot (-5) =$
- Calcula considerando la prioridad de las operaciones.
 - $2 - 2 \cdot \{2 - 3 \cdot [2 - 3 \cdot (2 - 3)]\} =$
 - $\{4 + [-10 + 2 - (4 - 1)] + (8 - 5 + 2)\} =$
 - $-[-(-3 - 20) + 5 \cdot (4 - 8) + (-6 + 4) \cdot 2] =$
 - $(-50) \cdot (5 + 6) + (-2) \cdot [(8 + 3) \cdot (2 - 1)] =$
 - $-2 \cdot \{-5 + (5 - 1) \cdot (-3) + 2 - (2 - 5) \cdot (-2 - 1)\} =$
 - $\{-[4 - 2 \cdot (12 - 3)] + [2 \cdot (-6 - 5)]\} + 3 \cdot (-2) =$

Lecciones 2 y 3

Recuerda que la **regla de los signos** es la misma para la multiplicación y la división.
No siempre el cociente de dos números enteros es un número entero, este puede ser una fracción o un decimal, positivo o negativo.

- Calcula los siguientes cocientes.

a. $-6 : 3 =$	c. $(-75 + 3) : 3 =$
b. $-28 : (-4) =$	d. $(6 - 48) : (2 : -7) =$
- Selecciona los cocientes que no pertenecen al conjunto de los enteros.

a. $81 : -6 = \underline{\hspace{2cm}}$	c. $-70 : -7 = \underline{\hspace{2cm}}$	e. $13 : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$
b. $-80 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$	d. $-42 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$	

Lección 4

Para **sumar y restar fracciones y decimales** negativos se combinan las reglas para la suma y resta de fracciones y decimales y la regla de los signos.

- Conecta cada operación del lado izquierdo con su respectivo resultado del lado derecho.

a. $\frac{3}{4} - 0,5$	-8,9
b. $-2,6 + \frac{1}{2}$	-3,3 $\bar{1}$
c. $16,5 - 25,4$	-1,25
d. $-5,2 + \frac{17}{9}$	-2,1

Lecciones 6 y 7

Recuerda que la regla de los signos de los números enteros es la misma para los decimales y fracciones negativos.
En los ejercicios que combinan fracciones y decimales, se deben cambiar todos los términos al mismo tipo de expresión y luego resolver.

- Resuelve los siguientes ejercicios.

a. $\frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{15} =$	c. $3,2 \cdot (-0,21) =$
b. $\frac{-6}{5} : 0,16 =$	d. $\frac{-16}{15} : \frac{-25}{24} =$
- Determina un posible valor de A y B.

a. $\frac{-1}{4} \cdot \frac{A}{15} = \frac{1}{5}$	b. $\frac{-6}{5} : B = -1$
--	----------------------------

Desafíos de integración

1. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Un automóvil debe recorrer 300 km en 3 horas. La primera hora recorre $\frac{2}{3}$ de la distancia, $\frac{1}{12}$ la segunda hora y la tercera hora el resto. ¿Cuántos kilómetros recorre en la tercera hora?

R: _____

- b. La Edad Antigua abarca del 3000 a. C. al 476 d. C. ¿Cuántas décadas completas comprende dicho período?

R: _____

- c. El triple de la suma de dos números es 126. Si uno de ellos es -7 , ¿cuál es el otro número?

R: _____

- d. Si a cuatro veces mi edad le sumo 4 años, tendría 100 años. Entonces, ¿cuál es mi edad?

R: _____

- e. Teresa se resfrió durante un viaje a Australia. Allí usó un termómetro con la escala Fahrenheit y este marcó 102°F . ¿Cuál era su temperatura en grados Celsius?

$$\text{Recuerda: } C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

R: _____

- f. Un submarino se encuentra a 103 m bajo el nivel del mar. Comienza a subir lentamente, a razón de 3,75 m cada media hora. ¿Cuánto se demorará en llegar a la superficie?

R: _____

- g. Al comenzar Junio, Andrés tenía \$ 125 000. Paga cuentas por \$ 85 000 y sus gastos promedio diarios son de \$ 2530. ¿Cuánto tiene al final del mes?

R: _____

- h. ¿Cuál es el doble del producto del inverso aditivo de -4 y el sucesor de 5?

R: _____

- i. Un corredor de larga distancia comienza una carrera a una rapidez promedio de 4 km/h. Media hora más tarde, un segundo corredor empieza la misma carrera pero a su rapidez promedio es de 5 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el segundo corredor en alcanzar al primero?

R: _____

- j. Camila es visitadora médica y trabaja en la mañana de 9:00 a 13:00. Si se demora $\frac{1}{3}$ de hora en cada visita y $\frac{1}{6}$ de hora yendo de una oficina a otra, ¿cuántas visitas alcanza a realizar?

R: _____

- k. ¿Cuál es la diferencia de nivel entre un objeto que vuela a 1500 m de altura y otro que se encuentra a 350 m bajo el nivel del mar?

R: _____

- l. En el casino de la empresa donde trabaja Jorge le dan diariamente una colación, pero él debe anotar \$ -2300 cada vez para pagarlas todas juntas los días viernes. Si trabaja cinco días a la semana, ¿cuál sería su deuda después de cuatro semanas?

R: _____

- m. Un curso de 36 estudiantes está organizando su fiesta de graduación y dispone de \$ 3 200 000 para los gastos. Cada estudiante asistirá con dos acompañantes y por concepto de cóctel deben gastar \$ 3200 por persona, por la cena deben pagar \$ 19000 por persona y además, un presente para cada uno de los estudiantes que tendrá un valor de \$ 7800. ¿Cuánto dinero necesitan para costear todos los ítems?

R: _____

Estrategia: Construir un diagrama

Cuando un problema está relacionado con distancias o lugares, puedes hacer un diagrama que muestre los datos y las relaciones entre ellos.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

1

Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

- a. La temperatura del aire baja a medida que aumenta la altitud, aproximadamente 9°C cada 300 metros. Si en la superficie la temperatura es 0°C , ¿a qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -81°C ?

R: _____

- b. ¿Cuál es la diferencia entre el sucesor de 12 y el antecesor del producto de -12 y 2 ? (Recuerda que una recta numérica también se puede considerar como un diagrama)

R: _____

- c. Una cuerda de 2 m de largo se corta en dos trozos de tal manera que uno de ellos equivalga a $\frac{2}{5}$ de la cuerda. ¿Cuánto mide el otro trozo?

R: _____

- d. Martina practica buceo y lleva el siguiente registro de las profundidades, en metros, a las que ha llegado en los últimos entrenamientos: -15 , -32 , -18 y -15 . En promedio, ¿a qué profundidad ha buceado?

R: _____

- e. ¿Cuál es la diferencia de nivel entre dos objetos que se encuentran a 2300 m de altura y 535 m bajo el nivel del mar, respectivamente?

R: _____

- f. Martín se demora 5 horas en cosechar una hectárea, mientras que Paula es capaz de hacerlo en 4 horas. Si trabajan juntos, ¿cuántas horas tardarán en cosechar 6 hectáreas?

R: _____

- g. Un estanque tiene ocupada $\frac{3}{4}$ de su capacidad. Si tiene 80 litros de agua, ¿cuál es su capacidad máxima?

R: _____

- h. Las líneas de longitud son círculos máximos que pasan por los polos y se llaman meridianos.

La distancia equivalente a 1° de longitud es 111 km. Si dos ciudades están a la misma latitud, pero la longitud de una es -6° y la de la otra es -12° , ¿a qué distancia están las ciudades?

R: _____

- i. Luis anotó en su agenda \$ $-28\,600$, para acordarse que le debe esa cantidad a su mamá. Si decide pagarle en 5 cuotas, ¿cuál debería ser el monto de cada cuota?

R: _____

2 Utilizando la misma estrategia u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

- a. El producto de dos números es -72 . Si uno de los factores es -9 , ¿cuál es el otro factor?

R: _____

- b. Las tres quintas partes de una piscina están con agua, lo que corresponde a 25 m^3 . ¿Cuántos metros cúbicos de agua faltan para llenar la piscina?

R: _____

- c. Cada 15° de longitud cambia el huso horario en una hora, es decir, de este a oeste se suma una hora. Si Camila viaja a un lugar cuyo huso horario es -4 horas, ¿cuántos grados y en qué dirección viajó?

R: _____

- d. La suma de dos números enteros es -24 y uno de ellos es el triple del otro. ¿Cuáles son los números?

R: _____

- e. Un delfín se encuentra a $5,2 \text{ m}$ bajo el nivel del mar y un submarino está a $22,8 \text{ m}$, directamente bajo el delfín. ¿Qué distancia hay entre ellos?

R: _____

- f. Las dos quintas partes de una bolsa de chocolates tienen coco, esto equivale a 125 gramos. ¿Cuántos gramos de chocolates en la bolsa no tienen coco?

R: _____

- g. La variación semanal del precio de cierta acción fue $\$ -25$. Si Esteban tiene 238 acciones, ¿cuánto perdió en esa semana?

R: _____

- h. En el mar, cerca de una isla, se encontró un tesoro ubicado a -30 m . Si un buzo se sumerge 4 m cada 6 minutos, ¿al cabo de cuánto tiempo llegará al tesoro?

R: _____

3 Con la información dada en cada caso, crea problemas que puedan ser resueltos con la ayuda de un diagrama y utilizando los contenidos de esta sección. Compártelos con tus compañeros.

- a. Un jarro que contiene cinco litros y tres cuartos de jugo y vasos con capacidad de tres octavos de litro cada uno.

Pregunta: _____

Respuesta: _____

- b. El perímetro de un cuadrado es $2,76 \text{ cm}$.

Pregunta: _____

Respuesta: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia de dibujar un diagrama.

1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?

2. Si aplicaste otra estrategia, explícala.

3. ¿En qué caso crees que no es práctico dibujar un diagrama?

» Propósito

Calcular una potencia de base y exponente natural.

¿Cómo calcular una potencia de base y exponente naturales?

- En la expresión a^n , a es la base y n es el exponente.
- Para calcular una potencia de base natural y exponente natural, puedes utilizar la siguiente expresión:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}, \text{ con } a \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

Es decir, se debe multiplicar la base tantas veces como indique el exponente.

Practicemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Representa como una potencia los siguientes productos:

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$

- a. $7 \cdot 7 = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $11 \cdot 11 \cdot 11 = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$
- e. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- f. $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = \underline{\hspace{2cm}}$
- g. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$
- h. $12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = \underline{\hspace{2cm}}$
- i. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$
- j. $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Representa las siguientes potencias como una multiplicación iterada y calcula su valor.

$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

- a. $8^3 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $7^4 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. $6^5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. $5^6 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- e. $4^4 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- f. $54^2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- g. $45^3 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- h. $21^3 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- i. $15^5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- j. $66^4 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

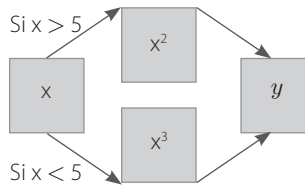
3. Compara cada par de números. Luego, escribe $=$ o \neq según corresponda.

$2^4 = 4^2$

- a. $4^5 \underline{\hspace{1cm}} 2^{10}$
- b. $7^3 \underline{\hspace{1cm}} 3^7$
- c. $1^7 \underline{\hspace{1cm}} 1^{70}$
- d. $6^2 \underline{\hspace{1cm}} 3^{60}$
- e. $8^4 \underline{\hspace{1cm}} 4^8$
- f. $10^4 \underline{\hspace{1cm}} 100^2$

Aplica

4. Analiza el esquema y luego calcula los valores pedidos.



- a. $x = 2 \rightarrow y = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $x = 4 \rightarrow y = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. $x = 6 \rightarrow y = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. $x = 8 \rightarrow y = \underline{\hspace{2cm}}$

5. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Un estante para libros tiene 4 repisas. En cada repisa caben 4 enciclopedias y cada enciclopedia está compuesta por 4 tomos. ¿Cuántos tomos de enciclopedia caben en el estante?

- b. Una persona escucha un rumor, dos horas después ya se lo había contado a dos personas, cada una de las cuales, dos horas después se lo cuentan a otras dos que no lo conocían y así sucesivamente. ¿Cuántas personas han escuchado el rumor después de 32 horas?

¿Cómo multiplicar potencias de igual base?, ¿y de igual exponente?

» Propósito

Explicar y representar las propiedades de la multiplicación de potencias.

- Para multiplicar dos potencias de igual base, se mantiene la base y se suman los exponentes.

$$5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

- Para multiplicar dos potencias de igual exponente, se mantiene el exponente y se multiplican las bases.

$$5^3 \cdot 6^3 = (5 \cdot 6)^3 = 30^3$$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Representa cada expresión como una potencia.

$$12^2 \cdot 5^2 = (12 \cdot 5)^2 = 60^2$$

- $5 \cdot 5^3 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- $3^4 \cdot 5^4 \cdot 2^4 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- $5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- $7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Determina, en cada ejercicio, una base común y reduce las expresiones a una sola potencia.

$$9 \cdot 27 = 3^2 \cdot 3^3 = 3^5$$

- $125 \cdot 25 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- $32 \cdot 8 \cdot 64 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- $6 \cdot 216 \cdot 1296 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- $100 \cdot 1000 \cdot 10\,000 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Representa cada potencia como el producto de dos potencias de igual base. (Considera que puede haber más de una respuesta correcta)

$$\text{Por ejemplo: } 6^5 = 6^{2+3} = 6^2 \cdot 6^3$$

- $2^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ c. $12^5 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $5^8 = \underline{\hspace{2cm}}$ d. $21^{43} = \underline{\hspace{2cm}}$

4. Representa cada potencia como el producto de dos potencias de igual exponente. (Considera que puede haber más de una respuesta correcta)

$$\text{Por ejemplo: } 6^5 = (2 \cdot 3)^5 = 2^5 \cdot 3^5$$

- $8^3 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $12^8 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $18^5 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $45^{12} = \underline{\hspace{2cm}}$
- $21^4 = \underline{\hspace{2cm}}$

Aplica

5. Escribe el valor que debe tener \bigcirc para que cada igualdad sea correcta.

- $5^{\bigcirc} \cdot 5^3 = 5^7$ $\bigcirc = \underline{\hspace{2cm}}$
- $2^{\bigcirc} \cdot 2^3 \cdot 2 = 2^{12}$ $\bigcirc = \underline{\hspace{2cm}}$
- $3^2 \cdot 3^{\bigcirc} \cdot 3 = 3^{10}$ $\bigcirc = \underline{\hspace{2cm}}$
- $2^{\bigcirc} \cdot 3^{\bigcirc} = 6^{10}$ $\bigcirc = \underline{\hspace{2cm}}$

6. Indica si los siguientes ejercicios están bien resueltos o no y explica por qué.

- $2^3 \cdot 3^3 = 6^3$ Sí No

- $4^2 \cdot 7^2 = 11^2$ Sí No

- $5^4 \cdot 5^4 = 25^8$ Sí No

7. En cada caso, calcula el valor de la expresión:

- $P = x \cdot y^n \cdot (x \cdot y)^n$
- $x = 4, y = 3, n = 2$ $P = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $x = 3, y = 2, n = 3$ $P = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $x = 4, y = 5, n = 1$ $P = \underline{\hspace{2cm}}$

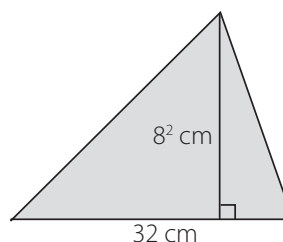
8. Une con un segmento cada expresión del lado izquierdo con su simplificación del lado derecho.

- $8 \cdot 10^8 \cdot 16 \cdot 10^{12} \cdot 20 \cdot 10^5$ $6^4 \cdot 10^{15}$
- $2^2 \cdot 10^3 \cdot 6^2 \cdot 10^8 \cdot 9 \cdot 10^4$ $2^8 \cdot 10^{26}$
- $24 \cdot 10^3 \cdot 36 \cdot 10^4 \cdot 9 \cdot 10^7$ $2 \cdot 10^{12}$
- $4 \cdot 10^2 \cdot 25 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^2$ $6^5 \cdot 10^{14}$

9. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Considera las cantidades:
 $P = 64 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 4$ y $Q = 2^7 \cdot 4 \cdot 2^3 \cdot 8$
Utilizando solo las propiedades de las potencias y sin calcular las cantidades, indica cuál de ellas es la mayor. Justifica tu respuesta.
R: _____
- b. Las dimensiones de una parcela rectangular son 10^6 m y 10^3 m. Si sus dueños la tienen en venta a \$ 100 000 el metro cuadrado, ¿cuál es el valor de la parcela? Expresa el resultado como una potencia.
R: _____
- c. En un restaurante se ofrece un almuerzo en que se puede optar por uno de 4 platos de fondo, una de 4 opciones de postre y uno entre 2 tipos de jugos. ¿Entre cuántas alternativas de almuerzos se puede elegir? Expresa tu resultado como una potencia.
R: _____
- d. Teresa está en Requínoa y para llegar a Quinta de Tilcoco tiene 6 caminos posibles. Desde ahí a Peumo hay 12 alternativas de caminos, y desde ahí a Pichidegua hay 18 maneras de llegar. Entonces, ¿de cuántas formas puede llegar Teresa desde Requínoa a Pichidegua? Escribe tu resultado como una potencia.
R: _____
- e. Pamela ahorra \$ 500 cada semana. Como quiere comprar un regalo de cumpleaños a su hermana, ahorra el doble durante un período de 6 semanas consecutivas. Expresa la cantidad ahorrada la última semana utilizando potencias.
R: _____
- f. El área de la base de un prisma rectangular es 27 m^2 y su alto es 6^7 m. ¿Cuál es su volumen?
R: _____
- g. Observa la siguiente sucesión: 3, 6, 12, 24, 48, ...
¿Cuáles son los dos términos que siguen?
Utilizando el producto de potencias, ¿cuál sería el valor del término que ocupa el lugar número 25 en la sucesión?
R: _____
- h. Un rectángulo tiene un largo de 5^3 mm y un ancho de 8 mm. Expresada como una potencia de 10, ¿cuál es el área del rectángulo?
R: _____

- i. ¿Cuál es el área del triángulo de la figura? Escribe el resultado como una potencia.



- R: _____
- j. Para determinar la clave de un candado se debe elegir un número del 1 al 9 en cada uno de sus tres casilleros. ¿Cuántas claves distintas se pueden escoger?
R: _____
- k. Las patentes de los automóviles tienen 4 letras y 2 dígitos. Suponiendo que se pudieran utilizar las 27 letras del abecedario y los 10 dígitos, ¿cuántas patentes se pueden hacer?
R: _____
- l. Un dado de seis caras se lanza 6 veces y se anota el número que sale en cada lanzamiento. Usando potencias, responde: ¿cuántas combinaciones se pueden obtener a partir de los 6 lanzamientos?
R: _____
- m. ¿Cuál es la capacidad de un recipiente en forma de paralelepípedo de 3^3 cm de largo, 3^2 cm de ancho y 3 cm de profundidad?
R: _____
- n. En un jardín, el número de maceteros puestos en cada fila es igual al número de filas. Si en total hay 81 maceteros, ¿cuántas filas hay?
R: _____

Desafío

Mario debe construir una caja de cartón con la única condición que tenga una capacidad de $4^3 \cdot 2^6 \cdot 8 \text{ cm}^3$. ¿Cuáles serían las dimensiones de la caja si esta tuviera una forma cúbica?

R: _____

¿Cómo dividir potencias de igual base?, ¿y de igual exponente?

» Propósito

Explicar y representar la división de potencias.

- Para dividir dos potencias de igual base, se mantiene la base y se restan los exponentes.

$$7^{12} : 7^4 = 7^{12-4} = 7^8$$

- Para dividir dos potencias de igual exponente, se mantiene el exponente y se dividen las bases.

$$12^3 : 6^3 = (12 : 6)^3 = 2^3$$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

- Representa cada expresión como una potencia. Para ello, utiliza las propiedades de la división de potencias.

$$7^{54} : 7^{52} = 7^{54-52} = 7^2$$

- | | |
|--|---|
| a. $4^{17} : 4^7 = \underline{\hspace{2cm}}$ | d. $24^3 : 8^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| b. $8^5 : 2^5 = \underline{\hspace{2cm}}$ | e. $720^{12} : 9^{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| c. $12^4 : 12^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ | f. $32^5 : 4^5 = \underline{\hspace{2cm}}$ |

- Determina, en cada ejercicio, una base común y reduce las expresiones a una sola potencia.

$$128 : 16 = 2^7 : 2^4 = 2^3$$

- | |
|---|
| a. $16 : 2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| b. $625 : 25 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| c. $2401 : 49 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| d. $1296 : 216 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| e. $243 : 81 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ |

- Representa cada potencia como el cociente de dos potencias de igual base. (Puede haber más de una respuesta correcta)

$$\text{Por ejemplo: } 4^5 = 4^{7-2} = 4^7 : 4^2$$

- | | |
|-------------------------------------|---|
| a. $3^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ | c. $9^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| b. $7^8 = \underline{\hspace{2cm}}$ | d. $11^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ |

- Representa cada potencia como el cociente de dos potencias de igual exponente.

$$\text{Por ejemplo: } 4^5 = (16 : 4)^5 = 16^5 : 4^5$$

- | |
|--|
| a. $2^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| b. $5^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| c. $7^6 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| d. $3^{15} = \underline{\hspace{2cm}}$ |

Aplica

- Simplifica las siguientes expresiones.

a. $\frac{(2^7 : 2^2) \cdot 5^{12} \cdot 10^5}{2^5 \cdot 5^{10} \cdot 10^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\frac{5^8 \cdot 2^9 \cdot 10^6}{5^2 \cdot 2^7 \cdot 10^4} = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\frac{2 \cdot 3^7 \cdot 6^{15}}{3^2 \cdot 6^{11}} = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $\frac{3^{10} \cdot 2^7 \cdot 20^{12}}{3^8 \cdot 2 \cdot 10^{12}} = \underline{\hspace{2cm}}$

e. $\frac{6^5 : 2^5}{2^{10} : 2^5} = \underline{\hspace{2cm}}$

f. $\frac{5^2 \cdot 10^5}{5^2 \cdot 10^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

g. $\frac{6^{10}}{18^5 : 3^5} = \underline{\hspace{2cm}}$

h. $\frac{14^8 : 14^5}{7^3} = \underline{\hspace{2cm}}$

- Determina, en cada caso, el valor de x para que se cumpla la igualdad.

a. $3^x : 3^2 = 3^7$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $2^{11} : 2^x = 2^3$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $8^7 : 2^7 = x^7$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $6^2 : 2^x = 3^2$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

e. $14^x : 7^9 = 2^9$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

- Calcula el valor de $\frac{x^a \cdot x^b}{x^c}$ con los valores dados en cada caso.

a. $x = 3, a = 5, b = 2, c = 4$ $\underline{\hspace{2cm}}$

b. $x = 4, a = 6, b = 3, c = 8$ $\underline{\hspace{2cm}}$

c. $x = 8, a = 5, b = 1, c = 4$ $\underline{\hspace{2cm}}$

d. $x = 7, a = 2, b = 4, c = 2$ $\underline{\hspace{2cm}}$

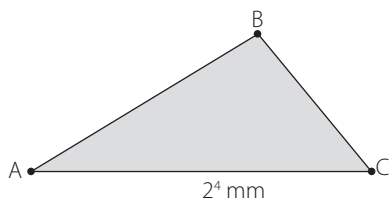
e. $x = 5, a = 8, b = 2, c = 6$ $\underline{\hspace{2cm}}$

8. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Dos municipalidades deciden arreglar un sector de la carretera que une ambas localidades. El área que se quiere reparar es 2^{17} m^2 y el ancho de la carretera es 2^6 m . ¿Cuál es la longitud del tramo de la carretera?

R: _____

- b. El área de un triángulo se puede calcular multiplicando la mitad de su base por la altura correspondiente. Si el área del triángulo de la figura es 12^5 mm^2 , ¿cuánto mide su altura expresada como potencia?



R: _____

- c. Una empresa almacena insecticida en 100 contenedores de 10000 litros cada uno. Si para vender el producto la empresa utiliza estanques de 10 litros, ¿cuántos estanques pueden llenar? Expresa la respuesta como una potencia.

R: _____

- d. Una cancha tiene un área total de 12^3 m^2 y el largo es 2^6 m , ¿cuál es su ancho?

R: _____

- e. Bajo ciertas condiciones, los nenúfares duplican su número diariamente. Si después de 23 días la laguna está completamente cubierta de nenúfares, ¿a los cuántos días ocupaban la mitad de la laguna?

R: _____

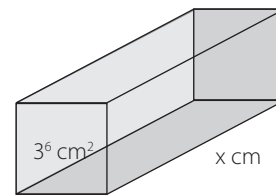
- f. Observa la siguiente sucesión: 78 125, 15 625, 3125, ... Si el patrón se mantiene y utilizando potencias, ¿cuál es el sexto término?

R: _____

- g. Si un cordel mide 512 cm, ¿cuánto mide la mitad de su mitad? Escribe la respuesta como una potencia.

R: _____

- h. En una caja de cartón como la que muestra la figura, multiplicando el área de la base, 3^6 cm^2 , por la longitud de la arista, $x \text{ cm}$, se obtiene un volumen de $2 \cdot 3^8 \text{ cm}^3$. ¿Cuál es el valor de x ?



R: _____

- i. En una bodega se almacenan cajas con un volumen de 10^5 cm^3 , en contenedores de capacidad $2^7 \cdot 5^6 \text{ cm}^3$. Si un contenedor está lleno, ¿cuántas cajas se guardaron en él?

R: _____

- j. Si el volumen de un cubo es 8000 cm^3 , ¿cuánto mide cada una de las aristas del cubo?, ¿cuál es el área de cada cara del cubo? Recuerda que el volumen es $a^3 \text{ cm}^3$, cuando la arista mide $a \text{ cm}$.

R: _____

- k. Si el área de una cara de un cubo es 121 cm^2 , ¿cuál es su volumen? Escribe la respuesta como una potencia.

R: _____

- l. Si se necesita cubrir una superficie cuadrada de lado 16 metros con baldosas cuadradas de 15 cm de lado. ¿Cuántas baldosas se deben ocupar?

R: _____

- m. Un contenedor de 18³ litros de limpiador de pisos industrial debe embotellarse en envases de $1,5^3$ litros. ¿Cuántos envases se necesitan?

R: _____

Desafío

Durante un período de tiempo, la población de mariposas de una región se puede modelar con la relación $M = 6 \cdot 2^t$, donde M es la cantidad de mariposas y t , el número de días. Si los entomólogos encontraron 768 mariposas, ¿en qué día de la temporada se encuentran?

R: _____

¿Cuál es el valor de una potencia de exponente 0?

» Propósito

Aplicar las propiedades de las operaciones con potencias.

- Toda potencia de base distinta de cero y de exponente cero equivale a 1.
- $a^0 = 1$, donde a es un número natural distinto de cero.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Calcula las siguientes potencias.

$$24^0 = 1$$

- a. $48^0 =$ _____ d. $12^0 =$ _____
 b. $17^0 =$ _____ e. $2 \cdot 6^0 =$ _____
 c. $35^0 =$ _____ f. $3^3 : 5^0 =$ _____

2. Simplifica las siguientes expresiones.

$$\frac{5^7 \cdot 5^3}{5^2 \cdot 5^8} = \frac{5^{10}}{5^{10}} = 5^0 = 1$$

- a. $2^7 : 5^0 =$ _____
 b. $(11^3 \cdot 7^{11} \cdot 9)^0 =$ _____
 c. $\frac{4 \cdot 3^5 \cdot 2^3}{2^5 \cdot 3^2} =$ _____
 d. $\frac{2^5 \cdot 2^3}{(2^{12} \cdot 2^2) : 2^6} =$ _____
 e. $\frac{(10^4 \cdot 2^4) \cdot 5^3}{10^6 : 2^6} =$ _____
 f. $\frac{10^5 : 2^5 + 20^5 : 4^5}{5^3 \cdot 5^2} =$ _____

3. Encuentra el valor de x para completar correctamente las igualdades.

$$2^4 : 4^x = 1 \quad x = 2$$

- a. $3^6 : x^6 = 1 \quad x =$ _____ d. $x^4 : 4^4 = 1 \quad x =$ _____
 b. $2^x : 2^3 = 1 \quad x =$ _____ e. $x^3 : 3^x = 1 \quad x =$ _____
 c. $5^8 : 5^x = 1 \quad x =$ _____

4. En cada caso, escribe la propiedad que se pudo utilizar para resolver el ejercicio.

$3^2 \cdot 3^5 = 3^7$; al multiplicar potencias de igual base se suman los exponentes.

- a. $4^0 = 1$ _____
 b. $7^5 \cdot 5^5 = 35^5$ _____
 c. $10^5 : 2^5 = 5^5$ _____
 d. $8^7 : 8^3 = 8^4$ _____

Aplica

5. Calcula el resultado de la siguiente expresión.

$$3 \cdot (2^0 + 3^0) - 3^0 + \frac{12^0}{7^0} \cdot (5^0 - 6^0) =$$

6. Simplifica la expresión sin calcular las potencias.

$$\frac{3^2 + 3^2 + 3^2}{3^3} =$$

7. Determina si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas.

- a. _____ $0^0 = 1$ e. _____ $4^5 : 4^3 = 4^2$
 b. _____ $2^3 \cdot 32 = 6^5$ f. _____ $7^2 + 7^2 = 2 \cdot 7^2$
 c. _____ $35^0 = 1$ g. _____ $2^3 + 2^3 = 2^4$
 d. _____ $5^4 + 5^3 = 5^7$

8. Responde las siguientes preguntas.

- a. En el ejercicio 2b, en la columna izquierda, ¿es necesario calcular $(11^3 \cdot 7^{11} \cdot 9)$ para obtener el resultado? Justifica.

- b. Si se tiene la potencia a^b , $a \neq 0$, ¿existe algún valor de b con el cual el resultado de la potencia sea igual a 0?

- c. Observa el ejercicio 2f, en la columna izquierda, y explica la prioridad de las operaciones que debiste aplicar para resolverlo.

- d. Si tienes que multiplicar dos potencias de diferente base y diferente exponente, ¿qué debes hacer? Describe el procedimiento.

- e. En esta lección aprendiste que la expresión 0^0 no está definida, ¿qué otra expresión no está definida? Da un ejemplo.

¿Cómo se calcula una raíz cuadrada?

» Propósito

Comprender el concepto de raíz cuadrada de un número natural y estimar su valor.

- La raíz cuadrada de un número a , mayor o igual a 0, es el número que al ser multiplicado por sí mismo, da a como resultado.

$$\sqrt{a} = b, \text{ si } b^2 = a$$

- Para determinar entre qué números enteros se encuentra una raíz cuadrada, se buscan los cuadrados perfectos, números que son el cuadrado de otro, más cercanos al número y se calcula la raíz de cada uno.

Por ejemplo: $3 < \sqrt{15} < 4$ porque $\sqrt{3^2} < \sqrt{15} < \sqrt{4^2}$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Marca todos los números que son cuadrados perfectos.

9 13 25 64 18 144
 24 81 27 49 16

2. Calcula el valor de cada raíz cuadrada.

$$\sqrt{169} = 13, \text{ porque } 13^2 = 169$$

- a. $\sqrt{4} =$ _____
- b. $\sqrt{16} =$ _____
- c. $\sqrt{25} =$ _____
- d. $\sqrt{121} =$ _____
- e. $\sqrt{64} =$ _____
- f. $\sqrt{144} =$ _____

3. Analiza y completa la siguiente tabla.

x	9	49			196
\sqrt{x}	3		6	12	

4. Determina los números enteros más cercanos entre los que se encuentran las siguientes raíces cuadradas.

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

- a. _____ $< \sqrt{11} <$ _____
- b. _____ $< \sqrt{8} <$ _____
- c. _____ $< \sqrt{21} <$ _____
- d. _____ $< \sqrt{83} <$ _____
- e. _____ $< \sqrt{92} <$ _____
- f. _____ $< \sqrt{104} <$ _____

Aplica

5. Determina algún valor de x para que cada desigualdad sea correcta. Existe más de una respuesta correcta.

- a. $5 < \sqrt{x} < 6$ $x =$ _____
- b. $3 < \sqrt{x} < 4$ $x =$ _____
- c. $7 < \sqrt{x} < 8$ $x =$ _____
- d. $5 < \sqrt{x} < 6$ $x =$ _____
- e. $10 < \sqrt{x} < 11$ $x =$ _____
- f. $15 < \sqrt{x} < 16$ $x =$ _____

6. Resuelve los siguientes problemas.

- a. ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado de área 144 cm^2 ?

R: _____

- b. Las longitudes de los lados de un rectángulo son cuadrados perfectos y su área es 900 cm^2 . ¿Cuáles son las medidas de los lados del rectángulo?

R: _____

- c. Los lados mayores de un rectángulo miden el doble que los lados menores. Si el área del rectángulo es de 18 cm^2 , ¿cuál es la longitud de los lados del rectángulo?

R: _____

Desafío

Un prisma rectangular tiene un volumen de 64 cm^3 . El área de la base es 16 cm^2 . Explica por qué puedes asegurar que estás en presencia de un cubo.

R: _____

¿Cómo ubicar raíces cuadradas en la recta numérica?

» Propósito

Estimar y representar raíces cuadradas.

- Si la raíz cuadrada es de un cuadrado perfecto, se dice que es una raíz exacta y su valor se ubica en la recta como ya lo sabes hacer.
- Si no es así, se dice que es una raíz inexacta, y se debe estimar su valor. Esta estimación se ubica en la recta numérica dividiendo la unidad de acuerdo a la cantidad de decimales que tenga el valor estimado.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. En cada ejercicio, elige el número con el que comenzarías a calcular el valor de la raíz central, como muestra el ejemplo.

- | | | |
|--|-----|-----|
| $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$, | 2,2 | 2,7 |
| a. $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$, | 2,1 | 2,5 |
| b. $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$, | 3,2 | 3,8 |
| c. $\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$, | 3,1 | 3,7 |
| d. $\sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$, | 4,3 | 4,5 |

2. Calcula el cuadrado de los siguientes decimales.

$$2,3^2 = 2,3 \cdot 2,3 = 5,29$$

- a. $1,4^2 =$ _____
 b. $6,8^2 =$ _____
 c. $5,2^2 =$ _____
 d. $7,1^2 =$ _____

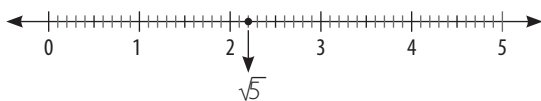
3. Calcula, comparando el valor de cada una de las raíces con un dígito decimal.

$$1 < \sqrt{3} < 2; 1,3^2 = 1,69; 1,4^2 = 1,96; 1,8^2 = 3,24$$

$$\sqrt{3} \approx 1,7$$

- a. $\sqrt{7} \approx$ _____ c. $\sqrt{12} \approx$ _____
 b. $\sqrt{8} \approx$ _____ d. $\sqrt{23} \approx$ _____

4. Ubica las raíces del ejercicio anterior en la recta numérica, como muestra el ejemplo.



Aplica

5. Sin calcular, une cada raíz con la aproximación que consideres más adecuada.

- | | |
|-----------------|------|
| a. $\sqrt{10}$ | 10,4 |
| b. $\sqrt{21}$ | 3,2 |
| c. $\sqrt{65}$ | 4,6 |
| d. $\sqrt{108}$ | 8,1 |

6. Determina si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas.

- a. $\sqrt{12} = 6$ _____
 b. $2 < \sqrt{3} < 4$ _____
 c. $\sqrt{0} = 1$ _____
 d. $\sqrt{6} \approx 2,4$ _____
 e. $(\sqrt{5})^2 = 5$ _____

7. Explica la relación entre elevar un número positivo al cuadrado y extraer la raíz cuadrada de ese número.
- _____

8. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Si el área de un cuadrado es igual a 18 cm^2 , ¿cuánto mide su lado?

R: _____

- b. Camila calculó la raíz de un número natural resultando 3,2. ¿Qué raíz estaba calculando?

R: _____

- c. ¿Cuál es el área de un triángulo si su base es $2\sqrt{2} \text{ cm}$ y la altura correspondiente es $\sqrt{8} \text{ cm}$?

R: _____

Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 7

Recuerda: En la expresión a^n , a es la base y n es el exponente.

Para calcular una potencia, la base se convierte en un factor que se repite tantas veces como lo indica el exponente.

1 Completa la siguiente tabla.

	Potencia	Base	Exponente	Valor
a.	5^6			
b.		3		81
c.			5	32
d.		4	3	
e.				125

Lecciones 8, 9 y 10

Para multiplicar o dividir potencias de igual base, se mantiene la base y se suman o restan los exponentes.

Para multiplicar o dividir potencias de igual exponente, se multiplican o dividen las bases y se mantiene el exponente.

Además, recuerda que cualquier número distinto de 0 elevado a 0 es igual a 1.

2 Calcula los resultados de cada ejercicio.

- a. $5 \cdot 10^3 + 5^3 =$ _____ c. $8^3 - 3^5 =$ _____
 b. $6^3 + 4^3 + 2^3 =$ _____ d. $4(2^4 - 9) =$ _____

3 Encuentra el producto o cociente pedido en cada caso. Entrega el resultado como una potencia.

- a. $7^5 \cdot 5^5 =$ _____ c. $4^5 \cdot 2^5 : 8^3 =$ _____
 b. $6^6 : 4^0 =$ _____ d. $\frac{7^3 \cdot 5^4 \cdot 2^2}{5^2 \cdot 2 \cdot 7^2} =$ _____

4 Reduce a una sola potencia.

- a. $p^3 \cdot p^5 \cdot p^{10} =$ _____ c. $x^y \cdot 3^0 =$ _____
 b. $a^2 : a^r =$ _____ d. $q^a \cdot q^b : q^c =$ _____

Lecciones 11 y 12

Calcular la raíz cuadrada de un número natural es encontrar un factor que elevado al cuadrado sea igual al número dado.

Para estimar una raíz se consideran los cuadrados perfectos entre los que se ubica y, por ensayo y error, se encuentra la estimación.

5 ¿Cuáles de los siguientes números son cuadrados perfectos? Márcalos con una cruz.

8 18 100 169
 225 289 79

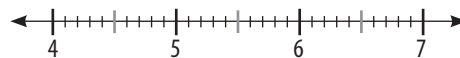
6 Resuelve los siguientes ejercicios que involucran raíces cuadradas exactas.

- a. $\sqrt{64} - \sqrt{121} =$ _____ c. $\sqrt{900} - 2\sqrt{625} =$ _____
 b. $\sqrt{225} + 3\sqrt{400} =$ _____ d. $\sqrt{324} - \sqrt{441} =$ _____

7 ¿Entre qué valores se encuentra cada raíz?

- a. _____ $< \sqrt{40} <$ _____ b. _____ $< \sqrt{26} <$ _____

8 Calcula las raíces del ejercicio anterior con un dígito decimal y ubica su valor en la recta numérica.



Desafíos de integración

1. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Si el área de un cuadrado es 324 mm^2 , ¿cuánto mide su lado?
R: _____

- b. Una parcela cuadrada tiene un área total de $40\,000 \text{ m}^2$ y está rodeada completamente por 5 vueltas de alambrado. ¿Cuántos metros de alambrado se usaron como mínimo?
R: _____

- c. Si $P = 3 \cdot 16 + \sqrt{9} + 2^3 + \sqrt{25}$, ¿cuál es el valor de \sqrt{P} ?
R: _____

- d. Usando las bases 2, 3 y 5, escribe el número 120 como un producto de potencias.
R: _____

- e. El número de días que tiene un año, 365, es igual a la suma de los cuadrados de dos números naturales. ¿Cuáles son esos números?
R: _____

- f. Se estima que el cuerpo humano está formado por aproximadamente cien billones de células. Escribe el número de células como una potencia de 10.
R: _____

- g. Se coloca una bacteria en un cultivo, después de 1 hora, se pueden observar 10 bacterias. Si se tienen 10 millones de bacterias, ¿cuántas horas han pasado?
R: _____

- h. Si una colonia de bacterias se cuadruplica cada 20 minutos e inicialmente había 2 de ellas, ¿cuántas bacterias habrán después de 15 horas? Escribe el resultado utilizando potencias.
R: _____

- i. Un camión reparte bebidas de lunes a sábado, cada uno de esos días deja seis cajas con seis bebidas cada una en seis supermercados diferentes. ¿Cuántas bebidas reparte en seis semanas?
R: _____

- j. Una planta que duplica su altura cada día se mide el lunes y el viernes de una determinada semana. Si el viernes su altura era 48 cm, ¿cuánto medía el lunes?
R: _____

- k. Se tienen las expresiones $a = \sqrt{81 + 19}$ y $b = \sqrt{3(a \cdot k + 7)}$. Si k es un número natural, ¿cuál es su menor valor posible para que b sea una raíz exacta?
R: _____

- l. En un cine hay 25 grupos de asientos, cada grupo tiene filas y columnas de 5 asientos. ¿Cuántos asientos hay en total en el cine? Expresa el resultado como una potencia.
R: _____

- m. Francisco decide criar una pareja de conejos. A los tres meses, los conejos se triplicaron y, después de tres meses más, nuevamente se triplican. Si los conejos siguen con ese patrón de crecimiento, ¿cuántos conejos tendrá Francisco después de un año?
R: _____

Estrategia: Encontrar un patrón

Busca un patrón cuando un proceso se repita en forma predecible. Normalmente, resulta útil construir una tabla para ordenar los datos.

Cuando se cuenta con algunos términos de una sucesión, no siempre hay un solo patrón que la describa.

Recuerda que para resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

1 Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

- a. La tabla muestra las potencias de base 4.

n	1	2	3	4	5
4^n	4	16	64	256	1024

Observa el último dígito de cada potencia en la tabla y responde las siguientes preguntas, sin realizar cálculos.

¿Cuál es el último dígito de 4^6 ? ¿y en el de 4^{11} ?

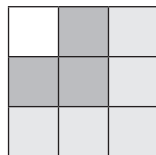
Escribe una conjetura sobre cuál es el último dígito de una potencia de 4 si:

El exponente es par _____

El exponente es impar _____

- b. Tomás tiene cuadrados de papel lustre, consideró uno de ellos como 1^2 , luego, agregando 3 papeles obtuvo 2^2 y finalmente agregando otros 5 construyó 3^2 , como muestra la figura.

Si ahora quiere construir 4^2 , completa la suma de los papeles que tendrá:



$$1 + 3 + 5 + \underline{\quad}$$

$$\text{Y para } 5^2: 1 + 3 + 5 + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

Escribe la suma de papeles que necesitará para construir 9^2

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

¿Cuántos sumandos tendrá la representación de 18^2 ? _____

Utilizando la potencia correspondiente, encuentra el resultado de:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 23 = \underline{\quad}$$

- c. Observa la siguiente sucesión: 2, 6, 12, 20, 30, 42... ¿Qué número se debe sumar a 42 para obtener el siguiente término? _____

- d. La tabla que sigue muestra números y sus cuadrados. Completa la tercera fila con la combinación de las dos primeras que permita obtener los términos de la sucesión dada.

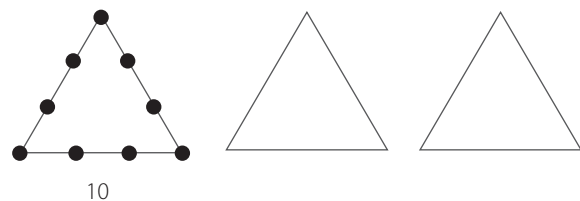
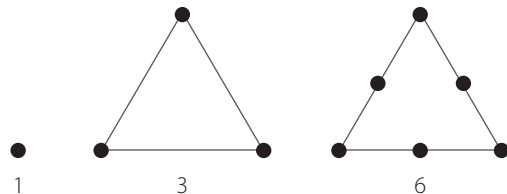
n	1	2	3	4	5	6	7
n^2	1	4	9	16	25	36	49

Usando tus resultados de la tabla, escribe el término que ocupa el lugar décimo segundo en la sucesión. _____

¿Cómo podrías comprobar tu resultado?

R: _____

- e. La figura muestra los llamados números triangulares. Dibuja los siguientes dos triángulos y anota el número de puntos usados.



2 Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

- a. La máxima distancia d hasta la cual puede verse desde lo alto de un edificio está modelada por la fórmula: $d \approx 3700\sqrt{h}$, donde h indica la altura del edificio expresada en metros. ¿A qué distancia máxima podrías ver desde la azotea de un edificio de 144 m de altura?

R: _____

- b. Completa la siguiente tabla con las potencias de 3 y luego responde las preguntas.

n	1	2	3	4	5	6	7
3^n							

¿Con qué dígito termina 3^{11} ? ¿Y 3^{15} ?

R: _____

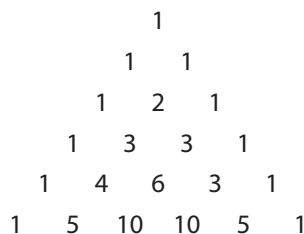
- c. Observa la siguiente sucesión: 2, 9, 16, 23, 30, ...
¿Cuáles podrían ser los 3 términos que siguen?

R: _____

- d. Matilde dice que la fórmula para obtener los términos es $7n - 4$, ¿está en lo correcto? Si no es así, corrígela.

R: _____

- e. La imagen muestra el llamado Triángulo de Pascal.



Escribe las siguientes dos filas.

R: _____

Describe otra regularidad que encuentres en el triángulo de Pascal.

R: _____

- f. Luis está jugando con bloques de madera y los dispuso como muestra la figura. Si sigue el mismo patrón, ¿habrá alguna figura que use 28 bloques? ¿Cuál será el número más cercano a 28 que utilizará?

R: _____



3 Con la información dada, crea problemas que puedan ser resueltos encontrando un patrón y utilizando los contenidos de esta sección. Compártelos con tus compañeros.

- a. La tabla muestra las potencias de 2, con el último dígito marcado.

n	1	2	3	4	5	6	7
2^n	2	4	8	16	32	64	128

Pregunta: _____

Respuesta: _____

- b. Se tiene la sucesión 2, 5, 10, 17, ...

Pregunta: _____

Respuesta: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia de encontrar un patrón.

1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?

2. Si aplicaste otra estrategia, explícala.

3. ¿En qué caso crees que no es práctico encontrar un patrón?

¿Cómo calcular una variación porcentual?

» Propósito

Comprender el concepto de variación porcentual y calcular variaciones porcentuales.

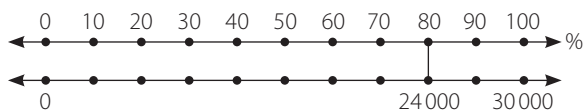
- Una variación porcentual es una rebaja o aumento de porcentaje respecto a una cantidad inicial.
- Para calcular una variación porcentual puedes:
 - Ocupar una recta numérica e interpretar los valores representados en ella.
 - Usar proporciones para calcular los porcentajes correspondientes.
 - Utilizar el factor multiplicativo para calcular directamente la variación.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

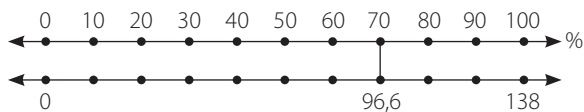
1. Con la información entregada, interpreta cada situación.

Precio original \$ 30 000, ahora \$ 24 000.

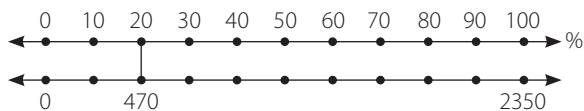


Hubo un descuento del 20% en el precio.

- a. Altura original 138 cm, ahora 96,6 cm.



- b. Número original de miembros del club 2350, ahora 2585.



2. Calcula las siguientes variaciones porcentuales, usando proporciones.

2600 aumentado en un 20%.

$$\frac{2600}{100} = \frac{x}{120}; x = 3120$$

- a. 5000 aumentado en un 15%. _____
- b. 3500 disminuido en un 75%. _____
- c. 12985 aumentado en un 10%. _____
- d. 114505 disminuido a un 70%. _____

3. Calcula las siguientes variaciones porcentuales usando el factor multiplicativo.

125 disminuido en un 20%

$$1 - 0,2 = 0,8; 125 \cdot 0,8 = 100$$

- a. 552 000 aumentado en un 5%. _____
- b. 17 260 disminuido a un 65%. _____
- c. 98 140 aumentado en un 45%. _____
- d. 1687 disminuido a un 98%. _____

Aplica

4. Analiza cada afirmación respecto a variaciones porcentuales. Luego, escribe V si la afirmación es verdadera y F si es falsa.
- a. _____ Al aumentar el precio de un artículo en un 35% y luego disminuir este nuevo precio en un 35%, el artículo queda con su valor original.
- b. _____ Para calcular un aumento del 20% de una cantidad esta se puede multiplicar por 1,2.
- c. _____ 57 aumentado en un 50% es un número decimal.
- d. _____ El 10% del 60% de un número es igual a su 70%.
- e. _____ Para disminuir un número en 20% hay que dividirlo por 2.
5. A una cantidad original x se le aplicó una variación porcentual y resultó la cantidad y . En cada caso, encuentra la cantidad x .
- a. $y = 150$, aumentó en 20%, $x =$ _____
- b. $y = 150$, disminuyó en 20%, $x =$ _____
- c. $y = 340$, aumentó en 15%, $x =$ _____
- d. $y = 340$, disminuyó en 15%, $x =$ _____

6. Completa la tabla, indicando si la situación es de aumento (A) o disminución (D) y escribe el porcentaje correspondiente.

	Antes	Ahora	A	D	%
a.	2430	2187			
b.	288	345,6			
c.	320	384			
d.	3700	925			
e.	540	702			
f.	1420	994			

7. Resuelve los siguientes problemas:

- a. Una chaqueta tiene un precio de \$ 53 550, IVA incluido. ¿Cuál es su valor sin IVA?
R: _____
- b. Si un vestido vale actualmente \$ 7 500 y se rebaja un 10%, ¿cuál es el precio rebajado?
R: _____
- c. Un arbusto mide 170 pero al podarlo puede disminuir su altura hasta un 5%, ¿cuánto podría llegar a medir la altura del arbusto?
R: _____
- d. Al comprar 10 cajas de fósforos se hace un descuento del 1% por cada una. Si cada caja tiene un valor de \$ 239 y se compran 50 cajas, ¿cuál es el monto aproximado que se descuenta?
R: _____
- e. En un casino se prepararon porotos, al desgranarlos se produce una merma del 12%. Si se sabe que los porotos desgranados pesaron 27 kg, ¿cuántos kilos de porotos se desgranaron?
R: _____
- f. Se anuncia la siguiente promoción:
“Por la compra de tres lápices, pague dos”
¿Cuál es el porcentaje de descuento que se obtiene sobre el precio original de los cuatro artículos?
R: _____
- g. ¿Cuál es el 15% de 1 364 580 aumentado en el 45% de 318 128 000 y, posteriormente, disminuido en el 40% de 16 186 000?
R: _____

- h. Al comprar un MP4 en 5 cuotas, cada cuota tiene un valor de \$ 12 573. Si se ha cobrado un interés por el total del celular de 4,8%, ¿cuál es el valor original del celular?

R: _____

- i. Si en una automotora se compra un automóvil que cuesta \$ 7 990 000 al contado, se rebaja el 15% del valor. Si se decide comprar el vehículo al contado, ¿cuál será su valor final?

R: _____

- j. Una día la temperatura mínima fue de 14 °C y la máxima de 32 °C. ¿Cuál fue la variación porcentual de la temperatura?

R: _____

- k. La base de un rectángulo mide 12 cm y su altura 8 cm. Si la base aumenta en un 10% y la altura en un 25%, ¿cuál es su nueva área?

R: _____

- l. El precio de las acciones de una compañía sube un 12% durante la semana, llegando a un valor de \$ 2 800 por acción. ¿Cuál era el valor anterior?

R: _____

- m. Una persona tiene un sueldo líquido de \$ 238 619 y un sueldo bruto de \$ 317 363. ¿Cuál fue el porcentaje de descuentos?

R: _____

- n. Doña Julia compra maní para vender en su tostadería a \$ 400 el kilogramo. Sobre esto cobra un 35% más de ganancia más el 19% del IVA. En una liquidación, decide hacer un descuento del 25%. ¿Cuánto gana o pierde por kilogramo de maní?

R: _____

- ñ. Un producto que valía \$ 1000 bajó un 15% y luego subió un 10%. ¿Cuál es su precio actual?

R: _____

Desafío

Originalmente la base de un triángulo mide 3 cm y la altura, 14 cm, por lo tanto su área es:

$3 \cdot 14 : 2 = 21 \text{ cm}^2$. Si la altura disminuye un 15% y su base aumenta un 15%, ¿en qué porcentaje varía su área?

¿Cómo hacer cálculos usando variaciones porcentuales?

» Propósito

Resolver problemas cotidianos que involucran variaciones porcentuales.

Las aplicaciones de las variaciones porcentuales son diversas, entre otras:

- El valor del IVA (impuesto al valor agregado), porcentaje agregado al precio neto de un producto, correspondiente al 19 %.
- La tasa de interés compuesto que es aplicado en créditos, ahorros, inversiones, etc.
- Las tasas de natalidad o mortalidad de las comunidades.
- El IPC (Índice de precios al consumidor).

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

El IPC es un porcentaje promedio mensual de aumento (positivo) o disminución (negativo) de los precios de los productos incluidos en la llamada “canasta familiar”.

1. Con la información de los precios y el IPC, completa la siguiente tabla.

Precio aceite: \$ 1800; IPC: -0,4%
 -0,4% significa que bajó 0,4%,
 $1800 \cdot (100 - 0,4)\% = 1800 \cdot 0,996 = 1792,8$
 Precio actual del aceite: \$ 1793

	Producto	Precio	IPC	Precio final
a.	Arroz	830	0,5	
b.	Tallarines	640	1,4	
c.	Lentejas	1270	-0,8	
d.	Harina	670	-1,6	
e.	Atún	990	-2,5	
f.	Sopa	390	1	

2. La tabla muestra los precios actuales de productos y el IPC con que se calcularon. Encuentra el precio original de ellos.

Precio pasta dental: \$ 1600; IPC: 4%
 Precio original: x
 $\frac{x}{100} = \frac{1600}{104}; x \approx 1538$
 Precio actual: \$ 1538

	Producto	Precio	IPC	Precio original
a.	Jabón	1320	1,3	
b.	Detergente	2420	0,6	
c.	Papel higiénico	3200	-1,6	
d.	Lavalozza	1100	-3,4	
e.	Cera	880	0,5	
f.	Bolsas de basura	830	-2	

Aplica

El IVA es un impuesto que se carga en casi todos los países, pero varía su valor. Por ejemplo, en Dinamarca es del 25%.

3. Imagina que viajas a Dinamarca y debes calcular el total a pagar, con IVA de cada uno de los costos dados. (La moneda en Dinamarca es la corona, kr).
- Costo: 230 kr → Precio: _____
 - Costo: 640 kr → Precio: _____
 - Costo: 75 kr → Precio: _____
 - Costo: 1540 kr → Precio: _____
4. Calcula el costo, dado el precio con IVA en Dinamarca.
- Costo: _____ ← Precio: 780 kr
 - Costo: _____ ← Precio: 240 kr
 - Costo: _____ ← Precio: 95 kr
 - Costo: _____ ← Precio: 1320 kr

Generalmente, cuando se compra a crédito se debe pagar un interés, y lo más habitual es que ese interés sea compuesto.

5. Calcula el total a pagar incluyendo el interés compuesto anual.
- Préstamo: \$ 1 000 000, con un interés compuesto del 3%, después de 2 años.

 - Préstamo: \$ 500 000, con un interés compuesto del 7%, después de 4 años.

 - Préstamo: \$ 1 000 000, con un interés compuesto del 2%, después de 3 años.

6. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Al exprimir 12 kg de naranjas se pierde un 25 % de su masa original en jugo. Entonces, ¿cuál es la masa de las naranjas exprimidas?

R: _____

- b. El largo de un terreno rectangular es 15 m. Si al disminuir su área al 25 % se obtienen 72 m², ¿cuál es su ancho original?

R: _____

- c. En un colegio se aumentó la matrícula anual un 10 % en media y un 20 % en básica. Si este año el colegio tiene 500 estudiantes en básica y 700 en media, ¿cuántos alumnos tendrá el próximo año?

R: _____

- d. Un trabajador recibe como sueldo líquido \$ 450 000 mensuales. Si los descuentos fueron un 7 % para salud y un 12 % para el fondo de pensiones, ¿cuál es su sueldo bruto?

R: _____

- e. La temperatura máxima un día en Valdivia marcó 9,5 °C, mientras que la mínima fue 8,8 °C. Determina la variación porcentual entre ambas temperaturas.

R: _____

- f. En el 2014 un grupo de empresas facturó en conjunto 36 979 millones de euros, un 4,9 % menos que en el año anterior. ¿Cuánto facturó el mismo grupo en el 2013?

R: _____

- g. Cierta capital se deposita por 2 meses con un interés mensual del 3 %. Si al cabo de dicho período el capital es de \$ 530 450, ¿cuánto era el capital inicial?

R: _____

- h. En una tienda se puede ver el siguiente anuncio: **“20 % de descuento sobre el 20 % ya aplicado a toda la ropa de invierno!”**
¿Cuál es el descuento total que tiene la ropa de invierno?

R: _____

- i. El valor inicial de un artículo es de \$ 5300. ¿Cuál es su precio si se le agrega el IVA?

R: _____

- j. Una lavadora cuesta \$ 120 000, si se compra en cinco cuotas en total se paga \$ 200 000. ¿En qué porcentaje sube el precio al comprarla en cuotas?

R: _____

- k. El año pasado, Laura invirtió \$ 300 000 en acciones que este año valen \$ 354 000. ¿En qué porcentaje subieron las acciones?

R: _____

- l. En una librería se rebajaron todos los precios. Si un libro está marcado con un precio mayor a \$ 14 000, el descuento es del 20 % y si es menor o igual a ese precio, el descuento es del 10 %. Si Matilde compró tres libros marcados con \$ 18 000, \$ 16 000 y \$ 12 000, ¿cuánto ahorró en total?

R: _____

- m. En temporada alta una empresa emplea 520 trabajadores, en temporada baja trabajan solo 416. ¿En qué porcentaje varía el empleo en esa empresa?

R: _____

- n. Para preparar 250 cc de jugo de papaya se utiliza un 20 % de concentrado y el resto agua. Si ahora los envases son de 300 cc, ¿cuánta agua se debe poner?

R: _____

- ñ. Si la medida de todos los lados de un cuadrado disminuye a la mitad, ¿en qué porcentaje disminuye su área?

R: _____

- o. El precio inicial de un libro aumentó un 7 % durante septiembre y disminuyó un 12 % en octubre. Si el precio en octubre fue de \$ 19 962, ¿cuál fue el precio inicial?

R: _____

Desafío

En el problema anterior, ¿habría sido suficiente con calcular el precio inicial considerando un descuento del 5 % (12 % – 7 %)? Justifica tu respuesta.

R: _____

Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 13

Para calcular un porcentaje, recuerda que puedes:
Plantear una proporción.
Dibujar rectas numéricas.
Utilizar el factor multiplicativo.

1 Responde las siguientes preguntas.

- ¿Qué porcentaje es 95 de 1900? _____
- ¿Cuál es el 6% de 1050? _____
- ¿De qué valor 249 es el 60%? _____
- ¿Qué porcentaje es 198 de 450? _____
- ¿Qué valor representa el 51% de 9700? _____
- ¿Cuál es 10% del 35% de 70? _____
- ¿Cuál es el 30% del 55% de 105 000? _____
- Si el 20% del 40% de un número es 32, ¿cuál es el número?

Lección 14

Para calcular un porcentaje de aumento, puedes:
Sumar el porcentaje de aumento al 100%.
Sumar el decimal equivalente al porcentaje de aumento a 1.
Para calcular un porcentaje de disminución, puedes:
Restar el porcentaje de disminución al 100%.
Restar el decimal equivalente al porcentaje de disminución a 1.

2 Resuelve los siguientes problemas.

- Si el número 75 aumenta un 60%, ¿qué número se obtiene?

- ¿Qué número se obtiene si el número 41 aumenta un 18%?

- Si una cantidad pasa de 65 a 87, ¿en qué porcentaje aumentó?

- Si se suman 6 unidades a 250, ¿en qué porcentaje aumentó el número?

- Se sabe que al aplicarle un aumento del 5% a un número, este aumenta en 67 unidades. ¿Cuál era el número inicialmente?

3 Resuelve los siguientes problemas.

- ¿Qué porcentaje de disminución se aplicó a un número que pasó de 1 200 unidades a 876?

- Al aplicar una disminución de un 23% a 415 000, ¿qué número se obtiene? _____
- ¿En cuántas unidades debe aumentar el número 25 para que su porcentaje de aumento corresponda a un 38%?

- Si 205 000 disminuye 34% y luego disminuye nuevamente un 12%, ¿qué número se obtiene finalmente? _____
- Si a 1400 se le resta 28, ¿cuál fue su porcentaje de disminución?

Desafíos de integración**1. Resuelve los siguientes problemas.**

- a. El total de la cuenta de luz de una casa disminuyó de \$ 31 500 a \$ 27 400 con respecto al mes anterior. ¿A qué porcentaje corresponde esa disminución?
R: _____
- b. Producto de las comisiones, un vendedor que mensualmente gana \$ 550 000 recibe un bono de \$ 66 000. ¿Qué porcentaje aumentó su ingreso durante ese mes?
R: _____
- c. El costo de un libro es de \$ 15 000. Si una librería lo vende aplicándole el IVA más un 30 % para la ganancia, ¿cuál será el precio final del libro?
R: _____
- d. Normalmente, el pasaje en bus desde Santiago a Valparaíso cuesta \$ 4000. Si durante el verano, sube un 15 %, ¿cuál es su valor final en esa época?
R: _____
- e. El precio de una caja de bombones experimenta un descuento de un 12 %. Si inicialmente estaba a la venta con un valor de \$ 3500, ¿cuál es el nuevo precio de la caja?
R: _____
- f. Una fábrica de bicicletas tiene a la venta un total de 3200 productos. Si decide aumentar la mercancía en un 40 %, el 15 % deben ser cascos y el resto asientos, ¿cuántos asientos tendrá a la venta la fábrica?
R: _____
- g. La audiencia de un programa de radio disminuyó un 7 %. Si normalmente, se estimaba que 112 000 personas lo escuchaban, ¿cuántos auditores tiene el programa luego de su baja de sintonía?
R: _____
- h. Una persona compró un vaso de bebida fuera de un recital, ahorrando un 35 % comparado con el mismo producto comprado dentro. Si el producto le costó \$ 900, ¿cuánto costaría el vaso dentro del recital?
R: _____
- i. En un negocio, el precio de un detergente sube de \$ 750 a \$ 900. ¿Cuál es el porcentaje de aumento en el precio del producto?
R: _____
- j. Para hacer un postre, se mezclan 300 gramos de frutillas que cuestan \$ 850 el kilogramo y 200 gramos de manzana que valen \$ 600 el kilogramo. ¿A cuánto se debe vender el postre para tener una ganancia del 40 %?
R: _____
- k. Por motivos de inauguración, una tienda ofrece descuentos si la compra es mayor a \$ 80 000. Si normalmente un televisor cuesta \$ 120 000 y le descuentan \$ 15 600, ¿qué porcentaje disminuyó su precio con esta promoción?
R: _____
- l. El número de habitantes de una población aumentó desde 150 700 a 155 221 en diez años. ¿Qué porcentaje aumentó su población?
R: _____
- m. En una florería, hay 140 rosas y 210 claveles. Debido a la baja de clientes, el dueño decide traer un 30 % menos de mercadería. ¿Cuántas rosas y claveles tendrá la florería?
R: _____
- n. El precio de una moto, \$ 950 000, tiene un alza de un 11 %. Al mes siguiente, baja su valor en un 10 % y finalmente vuelve a subir un 4 %. ¿Qué porcentaje de disminución o aumento tuvo el producto con respecto al precio inicial?
R: _____
- ñ. Normalmente asisten cada mes 1700 personas al teatro. Si durante el próximo mes se estima que habrá un aumento de un 25 % del público, ¿cuántas personas asistirán?
R: _____
- o. La temperatura en una comuna de Santiago durante el verano a las 13:00 es de 28 °C, mientras que cinco horas más tarde, el termómetro marca 21 °C. ¿En cuánto disminuyó la temperatura con respecto a lo que marcó el termómetro a las 13:00?
R: _____
- p. Por el incendio de una casa, la compañía de seguros pagó \$ 24 500 000, lo que equivale al 80 % de su valor. ¿Cuál es el valor del inmueble?
R: _____

Estrategia: Construir un diagrama de barra

Usa un diagrama de barras para mostrar cómo se relaciona lo que se sabe con lo que se quiere encontrar. Luego, escoge la operación que permita obtener la respuesta.

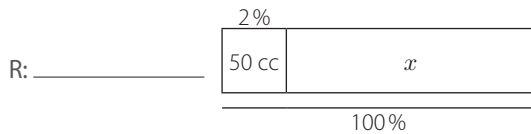
Al resolver un problema, siempre se debe leer cuidadosamente el enunciado, de esa forma se puede discriminar la información útil para la resolución del mismo de la información que solo corresponde al contexto.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

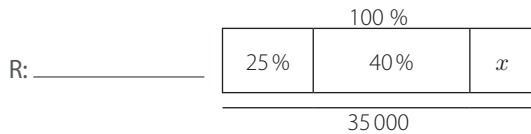
- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

1 Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

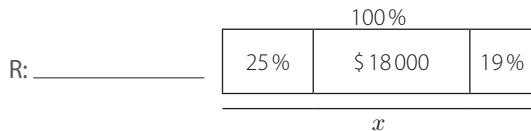
- a. Un fertilizante debe diluirse en agua, de manera que corresponda al 2% de la solución. Si se utilizan 50 cc de fertilizante, ¿cuánta agua se debe agregar?



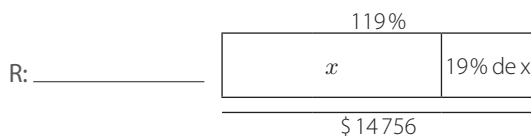
- b. Para un partido de fútbol asisten 35 000 personas al estadio. De ellos el 40% son del equipo local y el 25% del visitante. ¿Cuántos asistentes no son de ninguno de los dos equipos que juegan?



- c. El costo de una chaqueta es \$ 18 000. Si a eso se le agrega el IVA y un 25% de ganancia, ¿cuál es el precio final de la chaqueta?



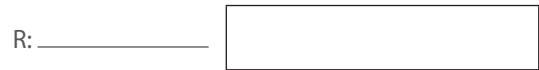
- d. El precio de un libro es \$ 14 756. ¿Cuál es su precio sin IVA?



- e. Violeta tiene un sueldo de \$ 350 000. Si este mes le dieron un bono adicional del 22% de su remuneración, ¿cuánto dinero recibió en total?



- f. Don Javier tiene una fábrica artesanal de sillas. Si el último semestre ha producido 3000 unidades y quiere incrementar la producción en un 35%, ¿cuántas sillas producirá?



- g. La bebida que prefiere Ester costaba \$ 1200 y ahora cuesta \$ 1272, ¿en qué porcentaje subió su valor?



- h. Se compraron 10 000 acciones de una empresa a \$ 120 cada una. Si en un año su valor baja en un 20%, ¿cuánto se perdió en el negocio?



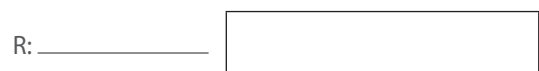
- i. Al primer año de una carrera universitaria se inscribieron 350 estudiantes y de ellos solo volvieron 256 a segundo año. ¿En qué porcentaje bajo la matrícula ese año?



- j. En un concierto hay 1200 personas. El 40% son mujeres y de ellas, el 75% tiene entre 20 y 30 años. ¿Cuántas mujeres tienen entre 20 y 30 años?



- k. Para un cóctel se compraron 120 panes, como no alcanzaron, se compró un 30% más. Si del total solo se consumió el 90%, ¿cuántos panes se consumieron?



2 Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

- a. Marta contrató un seguro de vida por el cual debe pagar una cuota mensual que será descontada de su sueldo. Si su sueldo era de \$ 520 000 y ahora es de \$ 480 000, ¿a qué porcentaje de su sueldo equivale la cuota del seguro?

R: _____

- b. Una persona deposita en una institución financiera \$ 250 000 por la cual se gana, acumulativamente, un interés de 2% cada tres meses. ¿Qué cantidad de dinero tendrá a los 9 meses?

R: _____

- c. Ana, Luis y Carla se reparten un premio que han obtenido. El premio es de \$ 150 000. A Carla le corresponden \$ 24 000, a Ana le corresponden \$ 55 000 y Luis se queda con el resto. ¿Cuál es el porcentaje aproximado que le corresponde a cada uno?

R: _____

- d. Andrés debe \$ 840 000 que pagará en 4 cuotas, la primera será del 40% y las otras tres serán iguales. ¿Cuánto deberá pagar en la cuarta cuota?

R: _____

- e. Dos amigas, Ana e Isabel, tienen 45 libros cada una, $\frac{4}{5}$ de los libros de Ana y $\frac{2}{3}$ de los de Isabel son novelas. ¿Qué porcentaje más de novelas tiene Ana que Isabel?

R: _____

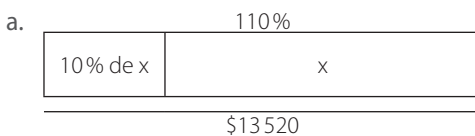
- f. Utilizando el nuevo camino el viaje entre dos pueblos se reduce de una hora a cuarenta minutos. ¿En qué porcentaje disminuye el tiempo de viaje?

R: _____

- g. Matilda compró un notebook en \$ 320 000. Como lo pagará en cuotas, el precio aumenta en un 35%. ¿Cuánto pagará Matilda en total?

R: _____

3 Con la información dada, crea problemas que puedan ser resueltos realizando un diagrama de barras y utilizando los contenidos de esta sección. Compártelos con tus compañeros.



Pregunta: _____

Respuesta: _____

- b. Los tomates cuestan \$ 1200 y el último IPC fue de $-1,3\%$.

Pregunta: _____

Respuesta: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia de dibujar un diagrama.

1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?

2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.

3. ¿En qué caso crees que no es práctico dibujar un diagrama?

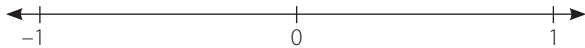
¿Qué aprendí?

1. Resuelve los ejercicios con números enteros.

- $5 \cdot [-19 + 121 : (-11) \cdot 2] - 10 =$
- $-64 : 16 \cdot 3 - (128 : 32 \cdot (-5)) : (-4) =$
- $\{-[8 + (-4) \cdot 15 : 3] \cdot (-5) : -1\} + 5 \cdot (-9) =$
- $-3(15 - 8) + [-(18 : (-3)) - 21 : 3 \cdot (-7)] =$

2. Ubica los siguientes números en la recta numérica. Luego, intercala otro número entre dos consecutivos.

$\frac{2}{3}$, 0,125; $\frac{1}{5}$; $-\frac{3}{4}$; -0,375; $-\frac{3}{5}$



3. Escribe una V si la afirmación es verdadera y una F si es falsa. Justifica las falsas.

- ___ Al sumar dos enteros de distinto signo se suman sus valores absolutos y el resultado mantiene el signo del número de mayor valor absoluto.
- ___ La ley de los signos en la multiplicación se resume en que si los factores son del mismo signo el producto será positivo y si tienen distinto signo, negativo.
- ___ El elemento neutro de la multiplicación es 0.
- ___ Las propiedades de clausura y conmutatividad se cumplen tanto en la multiplicación como en la división.

4. Resuelve los problemas escribiendo la respuesta completa.

- Un ciclista recorre la tercera parte del primer cuarto de la carrera. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido si las $\frac{3}{4}$ partes corresponden a 42 km?
R: _____
- Se cuenta con un contenedor de aceite para reciclar de 250 litros de capacidad. El camión recolector de aceite acepta solo botellas de 0,25; 1,25; y $2\frac{1}{2}$ litros.
 - ¿Cuántas botellas de 0,25 L se necesitan para vaciar el contenedor lleno? ¿y de 1,25 L? ¿y de $2\frac{1}{2}$ L?
 R: _____

- Si el contenedor está a $\frac{4}{5}$ de su capacidad, ¿Cuántas botellas de 1,25 L se necesitan para envasar todo el aceite?
R: _____
 - Antes de vaciar el contenedor por completo se llenaron 12 botellas de $2\frac{1}{2}$ L, 17 de 1,25 L y 9 de 0,25 L. ¿Cuántos litros de aceite habían en el contenedor?
R: _____
- Para construir un telar mapuche se necesita un bastidor rectangular de madera de 0,5 m de ancho y 0,62 m de largo.
 - Si se necesitan construir 11 telares de iguales proporciones, ¿cuántos metros de madera se necesitan?
R: _____
 - En las maderas horizontales se deben instalar clavos cada 0,7 cm para armar la urdiembre dejando libres 3 cm en ambos extremos. ¿Cuántos clavos se necesitarán para armar los 11 telares si existen tres maderas horizontales en cada telar?
R: _____

Para las preguntas 5 a 9, marca la alternativa que consideres correcta.

- ¿Cuál es el opuesto aditivo de $-\frac{3}{5}$?
 - $\frac{-3}{5}$
 - $\frac{3}{-5}$
 - $-\frac{5}{3}$
 - $\frac{3}{5}$
- Al resolver $-2\frac{1}{3} - \frac{12}{9} - 0,25 : 0,75 + 4$ se obtiene:
 - 0
 - 11
 - $11\frac{1}{6}$
 - $-\frac{67}{6}$
- Observa la serie. ¿Cuántos triángulos serán en la figura 8?



Figura 1
1 triángulo



Figura 2
3 triángulos



Figura 3
9 triángulos



Figura 4
27 triángulos

- 24
- 63
- 39
- 2187

8. El inverso aditivo del resultado de $\frac{2^4 \cdot 32 \cdot 5^8 \cdot 4^3}{25 \cdot 20^4 \cdot 25^1}$ es:

- A. 2^7
- B. 2^{15}
- C. -128
- D. $\frac{1}{2^7}$

9. ¿Cuál de las siguientes alternativas presenta solo cuadrados perfectos?

- A. 4, 169, 289, 110
- B. 121, 441, 36, 200
- C. 81, 441, 361, 121
- D. 9, 144, 11, 25

10. Resuelve las operaciones combinadas.

- a. $(54 \cdot (24 - 32) + 82) \cdot 33 =$
- b. $(121 + 42) + 32 \cdot (43 - 26) =$
- c. $\frac{4^3 \cdot 2^3 \cdot 25^3 \cdot 2^4}{8 \cdot 5^4 \cdot (2^5)^2} =$
- d. $\sqrt{5^2 - (-3 \cdot 3^3) + (3^2 \cdot 10)} =$

11. Calcula el largo estimado del lado de cada cuadrado sabiendo que su área (A) es:

- a. $A = 30 \text{ cm}^2$ arista estimada: _____ cm
- b. $A = 85 \text{ cm}^2$ arista estimada: _____ cm
- c. $A = 140 \text{ cm}^2$ arista estimada: _____ cm
- d. $A = 220 \text{ cm}^2$ arista estimada: _____ cm

12. ¿Qué precio de venta tiene un artículo cuyo precio es \$17 010 antes de considerar el IVA?

R: _____

13. El precio de venta de un MP4 es \$45 990. Aproximadamente, ¿cuál es su precio sin IVA?

R: _____

14. En un periódico aparece la siguiente noticia:

El INE entregó el IPC correspondiente al mes de abril que fue del $-0,2\%$.

Explica qué significa ese IPC.

R: _____

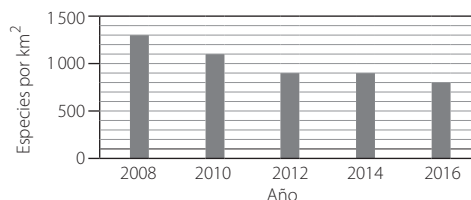
Si en marzo el kilogramo de pan valía \$950, ¿cuál fue su precio en abril?

R: _____

15. Una tienda compra tapices tejidos por una artesana. Esta vende cada uno a \$15 000 y la tienda los revende a \$72 500. ¿Qué porcentaje de incremento aplica la tienda?

R: _____

16. Observa el gráfico referente a la disminución de cierta especie nativa en una zona del país y responde las preguntas a continuación:



a. ¿En qué porcentaje ha disminuido la especie entre el año 2008 y 2016?

R: _____

b. ¿En qué porcentaje varió el número de especies del 2010 al 2014?

R: _____

c. Si actualmente se realizan acciones para detener la disminución de la especie y se espera un incremento del $5,8\%$ bianual, ¿cuántas especies se espera tener el año 2018?

R: _____

17. En el verano del año 2014, 2 400 000 personas visitaron la región de Valparaíso. El incremento de visitantes para el 2015 pasado fue del 3% .

a. ¿Cuántos turistas hubo en el año 2015 en la quinta región?

R: _____

b. Se espera que el 2016 visiten la región alrededor de 3 000 000 personas. ¿A qué porcentaje de variación corresponde esta cantidad?

R: _____

18. Explica por qué un cambio de 20 cm a 10 cm representa una disminución del 50% , pero un cambio de 10 cm a 20 cm es un aumento del 100% .

R: _____

¿Qué representa una expresión algebraica?

» Propósito

Comprender, representar, reducir y valorizar expresiones algebraicas.

- Una expresión algebraica contiene:
 - Coeficientes numéricos: pueden ser enteros, fracciones o decimales.
 - Factores literales: compuesto por letras que representan variables.
 - Operaciones aritméticas: relacionan los términos entre sí y las variables con los coeficientes numéricos.
- Para reducir expresiones algebraicas que tienen términos semejantes (igual factor literal incluyendo el exponente), se suman o restan los coeficientes numéricos según la operación indicada, y se mantiene el factor literal.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Representa en lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

Un número aumentado en treinta unidades. $(x + 30)$

- La quinta parte de un número disminuida en tres unidades. _____
- La mitad de un número aumentada en cinco unidades. _____
- La quinta parte de la diferencia entre un número y su sucesor. _____

2. Escribe en lenguaje natural las siguientes expresiones:

$x + 3 \rightarrow$ Un número aumentado en tres unidades.

- $3x + 2 \rightarrow$ _____
- $4 + z \rightarrow$ _____
- $\frac{2x-3}{4} \rightarrow$ _____

3. Determina si las parejas de términos son semejantes.

		<input type="checkbox"/> Sí	<input type="checkbox"/> No
xw	$\rightarrow 2wx$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a. $-b$	$\rightarrow b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b. $4x^2y^3z$	$\rightarrow 4zy^2x^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c. $3xy$	$\rightarrow \frac{xy}{2}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aplica

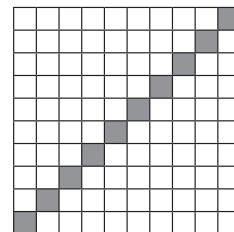
4. Reduce los términos semejantes.

- $x - 2 + 2x - 3x + 5 - 8x$ _____
- $0,02d - 10 - 0,2d - 12 - d$ _____
- $\frac{2}{5}x + \frac{1}{2}y + \frac{3}{5}x$ _____

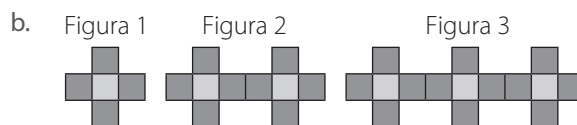
5. Resuelve las siguientes problemas.

- En la tabla de la derecha se tacharon algunos números, como se muestra a la izquierda. ¿Qué expresión representa los números tachados?

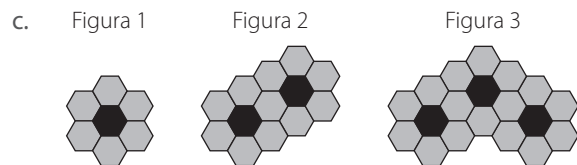
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



R: _____



- ¿Cuál es el término general de la sucesión de cuadrados negros? _____
- ¿Cuántos cuadrados negros tendrá la figura 35? _____



- ¿Cuál es el término general de la sucesión de hexágonos negros? _____
- ¿Cuántos hexágonos negros tendrá la figura 84? _____

6. Resuelve los siguientes problemas:

a. En una caja solo hay autos, bolitas y bloques. Si hay m bolitas, x autos y en total hay f elementos en la caja, ¿cuántos bloques hay?

R: _____

b. Si el lado de un cuadrado mide $(2m + 4n)$ metros, ¿cuál es su perímetro?

R: _____

c. En un estacionamiento hay h automóviles, m son rojos. ¿Cuál es la razón entre el número de automóviles que no son rojos y el número de automóviles?

R: _____

d. ¿Cuál es la suma de tres números enteros consecutivos si el menor de ellos es $x + 3$?

R: _____

e. ¿Cuál es el perímetro de un triángulo si sus lados miden $(k + 7)$; $(3 - k)$ y $(3k - 2)$ centímetros?

R: _____

f. ¿Qué expresión se debe sumar a $6x - y$ para obtener $5x + 3y$?

R: _____

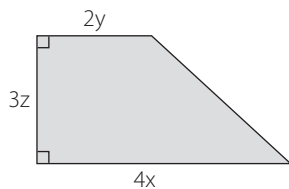
g. ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo si sus lados miden $(4m + 12)$ y $(3m + 9)$ metros?

R: _____

h. ¿Qué expresión permite calcular el área total de un prisma recto de base rectangular, de lados a , b y c ?

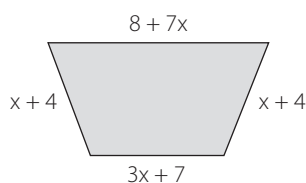
R: _____

i. ¿Qué expresión representa el área de la siguiente figura?



Área: _____

j. ¿Qué expresión representa el perímetro de la siguiente figura?



Perímetro: _____

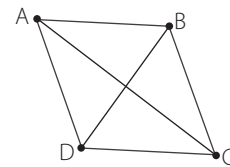
k. La fórmula que permite calcular la rapidez v de un cuerpo en movimiento es $v = \frac{d}{t}$, donde d es la distancia recorrida en un tiempo t . Si una motocicleta viaja durante 1,5 horas a 92,4 km/h, ¿cuál es la distancia recorrida?

R: _____

l. La fórmula $IMC = \frac{m}{t^2}$ permite calcular el índice de masa corporal (IMC) de una persona, donde m es su masa en kilogramos y t es su estatura en metros. ¿Qué IMC tiene una persona si su masa es 65 kg y su estatura es 1,75 m? Responde aproximando a la centésima más cercana.

R: _____

m. El área de un rombo está dada por $A = \frac{D \cdot d}{2}$, donde D y d son las longitudes de las diagonales. Si el área del rombo de la figura es $53,2 \text{ cm}^2$ y una de sus diagonales mide 14 cm, ¿cuál es la medida de la otra diagonal?



R: _____

n. El costo de 12 vestidos es \$ x , a eso se le debe agregar el IVA y sobre eso se debe calcular una ganancia del 30%. ¿Cuál es la expresión correspondiente al precio de un vestido?

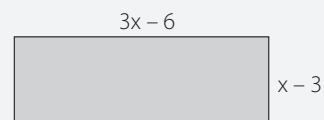
R: _____

ñ. Ximena compró x cuadernos a \$ 860 cada uno y su hermana compró 8 de los mismos cuadernos. ¿Cuánto gastaron entre ambas?

R: _____

Desafío

Se tiene un rectángulo como el de la figura. Si se sabe que x representa un número entero, ¿cuál es el menor valor posible para x ? Justifica tu respuesta.



R: _____

¿Cómo multiplicar expresiones algebraicas?

» Propósito

Comprender la multiplicación de expresiones algebraicas.

Para multiplicar expresiones algebraicas debemos considerar lo siguiente:

- Monomio por monomio: se multiplican los coeficientes numéricos y los factores literales.
- Producto de binomios: se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación y cada término del primer binomio se multiplica por cada término del segundo binomio.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Calcula el producto de los siguientes monomios.

$$3x \cdot 4x = (3 \cdot 4)(x \cdot x) = 12x^2$$

- a. $12b^3 \cdot 3b =$ _____
 b. $-5z \cdot 8z^2 =$ _____
 c. $8a^3b \cdot 9a^2b^2 =$ _____
 d. $\frac{2}{3}a^3b \cdot \frac{4}{5}ab^2 =$ _____

2. Resuelve las multiplicaciones de monomios por polinomios. Si es posible, reduce términos semejantes.

$$5x(4x^2 + 2) = 5x \cdot 4x^2 + 5x \cdot 2 = 20x^3 + 10x$$

- a. $ab^3(b + 12a^3b + a) =$ _____
 b. $-9z(8z + z^2 + 5z^3) =$ _____
 c. $-\frac{1}{3}ab(a^2 - b^2) =$ _____
 d. $5b^3c^2(10b^2c + b^3c) =$ _____

3. Multiplica las expresiones y reduce los términos semejantes si es posible.

$$\begin{aligned} (3x + 5y)(x - y) &= 3x(x - y) + 5y(x - y) \\ &= 3x^2 - 3xy + 5xy - 5y^2 \\ &= 3x^2 + 2xy - 5y^2 \end{aligned}$$

- a. $\left(\frac{x}{2} - 1\right)(x - 3) =$ _____
 b. $(m - 1)(3 - m + m^2) =$ _____
 c. $(1 + a + b)(1 - a - b) =$ _____
 d. $(2a^3 + 4c^2)(2a^3 - 4c^2) =$ _____

4. Desarrolla los siguientes ejercicios. Recuerda reducir los resultados.

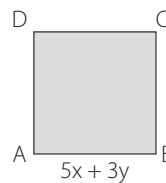
$$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$$

- a. $(a + b^2)^2 =$ _____
 b. $(x + 3)(x - 6) =$ _____
 c. $(2y - 4)(2y + 6) =$ _____
 d. $(3x - 4)(3x + 4) =$ _____

Aplica

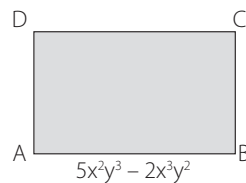
5. Calcula el área (A) de las siguientes figuras.

a. Cuadrado ABCD.



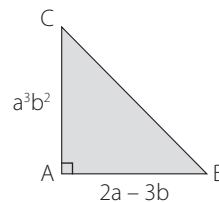
A = _____

b. Rectángulo ABCD.



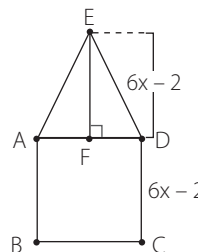
A = _____

c. Triángulo rectángulo ABC.



A = _____

d. ABCD es un cuadrado.



A = _____

6. Resuelve los siguientes problemas.

a. Calcula el producto entre el número par $(2m - 4)$ y el número par que le antecede.

R: _____

b. Calcula el área de un rectángulo cuyo largo es $(2x + 9)$ cm y su ancho es 2 cm menor que el largo.

R: _____

c. ¿Cuál es el producto entre el número impar $(2n + 3)$ y el que es 6 unidades menor?

R: _____

d. ¿Qué se obtiene al multiplicar $(x + 2)$ por sí mismo?

R: _____

e. ¿Cuál es la expresión simplificada del producto de tres números consecutivos?

R: _____

f. Se sabe que $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. Si $a + b = 5$ y $ab = 3$, ¿cuál es el valor de $a^2 + b^2$?

R: _____

g. ¿Es correcta la siguiente igualdad?
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$
 (Desarrolla cada miembro de la igualdad y compáralos)

R: _____

h. Julio quiere calcular mentalmente 53^2 . Para ello decide descomponer el 53 en una suma y luego multiplicar.

• ¿Cómo descompondrías tú el 53?

R: _____

• Escribe el desarrollo de la multiplicación de la suma de tu descomposición de 53^2 .

R: _____

• ¿Qué resultado obtuviste?

R: _____

i. Utilizando una suma y una diferencia para calcular $27 \cdot 33$ escribiendo su desarrollo.

R: _____; _____

j. Se quiere calcular el producto de $105 \cdot 95$. ¿Qué binomios utilizarías?

R: _____

• Escribe el desarrollo y el resultado.

R: _____; _____

k. Para calcular el producto $86 \cdot 89$ se utilizará el desarrollo de dos binomios.

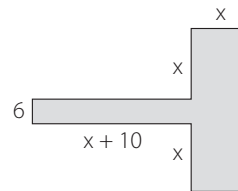
• Escribe el desarrollo con los números que elegiste.

R: _____

• ¿Qué resultado obtuviste?

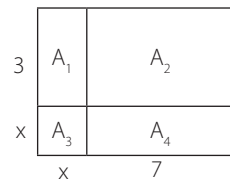
R: _____

l. La figura muestra dos rectángulos. ¿Cuál es su área? Simplifica si es posible.



A = _____

m. La figura muestra un rectángulo dividido en cuatro rectángulos menores. Encuentra el área de cada uno de ellos y el área total de la figura.



$A_1 =$ _____

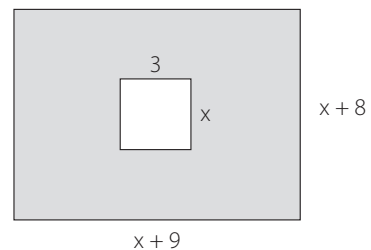
$A_2 =$ _____

$A_3 =$ _____

$A_4 =$ _____

$A_{Total} =$ _____

n. La figura muestra un rectángulo al cual se le recortó un rectángulo menor. Encuentra el perímetro y el área de la figura sombreada.



Perímetro = _____ Área = _____

Desafío

La cantidad de tiempo (t) en nanosegundos, que se demora en leer un chip de n celdas de una computadora, está dada por la expresión $t = 2[(n + 2)^2 + n]$.

Desarrollando el producto, ¿cuál es una expresión simplificada para el tiempo?

R: _____

¿Cómo factorizar expresiones algebraicas?

» Propósito

Comprender la factorización de expresiones algebraicas.

- Dados dos o más números o expresiones algebraicas (factores), podemos encontrar su producto multiplicándolos entre sí.
- Con el proceso inverso, es decir, dado un número o una expresión algebraica, se pueden encontrar los factores que lo forman. Este procedimiento es llamado factorización.
- La factorización de un número o expresión no es, necesariamente única. Por ejemplo: $12 = 6 \cdot 2 = 3 \cdot 4$ y $2x^2 + 4x = 2(x^2 + 2x) = 2x(x + 2)$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Identifica el factor común de cada expresión. Luego, factoriza.

$$36x^2y^2 + 18xy^2 - 72x^3y^3 =$$

$$18 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot y^2 + 18 \cdot x \cdot y^2 - 18 \cdot 4 \cdot x \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot y$$

Factor común: $18xy^2$

Factorización: $18xy^2(2x + 1 - 4x^2y)$

- a. $25a^3b^4c - 100a^2b^3c^4 + 150a^3b^2c^4$
 Factor común: _____
 Factorización: _____
- b. $\frac{16}{25}p^3q^4 + \frac{32}{15}p^4q^5 - \frac{8}{75}p^5q^3$
 Factor común: _____
 Factorización: _____
- c. $14z^3w^2 - 70z^2w^5 + 21z^4w - 147z^2w^4$
 Factor común: _____
 Factorización: _____
- d. $8x^5y^3z^4 - 16x^7y^4z^2 + 32x^3y^2z^5 - 4x^4y^4z^3$
 Factor común: _____
 Factorización: _____

2. Completa las siguientes factorizaciones.

$$x^2 + 22x + 117 = (x + 9)(x + 13)$$

$$117 : 9 = 13; 13 + 9 = 22$$

- a. $z^2 + 17z + 60 = (z + 5)(\quad)$
- b. $b^2 + 18b + 77 = (b + 11)(\quad)$
- c. $y^2 + 17y + 42 = (y + 3)(\quad)$
- d. $m^2 - 7m + 12 = (m - 3)(\quad)$

Aplica

3. Completa la tabla con dos números enteros cuya suma y producto sean los señalados.

	Suma	Producto	Números
a.	5	4	
b.	-6	8	
c.	-7	12	
d.	12	32	

4. Completa los diagramas para poder factorizar los trinomios dados.

a. $v^2 + 5v + 6 = (\quad)(\quad)$

v^2	
	6

b. $p^2 + 11p + 18 = (\quad)(\quad)$

p^2	
	18

c. $y^2 + 10y + 25 = (\quad)(\quad)$

y^2	$5y$

d. $m^2 + 8m + 15 = (\quad)(\quad)$

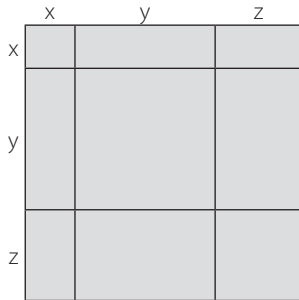
m^2	
	15

5. Factoriza utilizando las siguientes expresiones.

- a. $p^2 + 12p + 36 = (\text{_____})^2$
- b. $b^2 + 18b + 81 = (\text{_____})^2$
- c. $y^2 - x^2 = (\text{_____})(\text{_____})$
- d. $9m^2 - 4 = (\text{_____})(\text{_____})$

6. Resuelve los siguientes problemas.

- a. El lado del cuadrado de la figura mide $(x + y + z)$. Relaciona el área total del cuadrado con sus áreas parciales.



_____ = _____

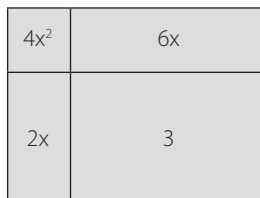
- b. El área de un rectángulo es $y^2 + 6y + 8$. Escribe una expresión para representar su perímetro.

R: _____

- c. El área de un triángulo es $x^2 + 7x + 10$ y su base mide $2x + 4$. ¿Cuánto mide su altura?

R: _____

- d. Un rectángulo fue dividido en cuatro rectángulos menores y se anotó el área correspondiente, como lo muestra la figura. ¿Cuál es la medida de los lados del rectángulo mayor?



R: _____

- e. Cuando el producto de dos números es cero, al menos uno de esos números debe ser cero. Considerando lo anterior determina los valores de x con los cuales la expresión $x^2 + 3x - 18$ es igual a cero.

R: _____

- f. El área del rectángulo de la figura es $6x^2 + 7x + 2$. Divide adecuadamente su interior para encontrar las medidas de sus lados.



R: _____

- g. Factoriza completamente P y Q:
 $P = (x + y)^2 - 2(x + y) - 15$, $Q = (y^2 + 8y + 16) - 25$

Recuerda que muchas veces un problema matemático se puede resolver cuando se reescribe como uno más simple.

R: _____

- h. Considerando que n es un número entero, identifica todos sus valores para que $x^2 + nx - 28$ pueda ser factorizado.

R: _____

- i. Joaquín quiere construir el marco rectangular de un cuadro y el área del cuadro que quiere poner es $m^2 - 10m + 21$.

Si m corresponde a un número entero, ¿cuál es el menor perímetro posible para el marco?

R: _____

- j. ¿Cuántos rectángulos de área $3p^2 - 6p$ pueden construirse? Justifica tu respuesta.

R: _____

- k. Los números de dos dígitos que terminan en 5 pueden escribirse como $(10n + 5)$, donde $0 < n < 10$, con n natural. Muestra que el cuadrado de cada uno de ellos termina en 25.

R: _____

Desafío

El perímetro del cuadrado A es 20 unidades mayor que el del cuadrado B. Por otra parte, la diferencia entre sus áreas es 39 unidades cuadradas. Calcula la longitud de los lados de ambos cuadrados.

R: _____

Lee los recuadros de la derecha y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 15

Recuerda que el álgebra es un lenguaje que permite escribir matemáticamente valores y variables relacionados por operaciones. Reducir términos semejantes significa sumar o restar aquellos que tienen igual factor literal y exponente.

- 1 Representa cada enunciado utilizando expresiones algebraicas.**
- La suma del doble de un número y la tercera parte del mismo.

 - Dos tercios de un número disminuidos en la quinta parte del mismo.

 - La cuarta parte de número aumentado en seis unidades menos tres veces el mismo número. _____
 - El doble de un número más el triple del mismo número disminuido en tres. _____
 - El cuádruple de un número aumentado en cinco, más siete veces el mismo número disminuido en cuatro. _____
 - La diferencia entre el triple de un número y la mitad del mismo número disminuido en cinco. _____
 - La suma de la mitad de un número disminuido en nueve y un cuarto del mismo número. _____

Lección 16

Para multiplicar expresiones algebraicas, se multiplican los factores numéricos entre ellos y las variables entre sí, recordando las propiedades de las potencias.

- 2 Multiplica y reduce las expresiones algebraicas.**
- $6 \cdot 3a \cdot 7b$ = _____
 - $5x \cdot 8y \cdot 12xy$ = _____
 - $4a(5a - 11b + 3)$ = _____
 - $(m + 7) \cdot (m - 11)$ = _____
 - $(12p - 3q) \cdot (3p - 24q + 17)$ = _____
 - $\frac{1}{2}a \cdot \frac{3}{4}c \cdot \frac{5}{2}b \cdot \frac{12}{5}ab$ = _____
 - $(15a - 8b - 12c) \cdot (4a - 3b - c)$ = _____

Lección 17

Cuando debas factorizar comienza por lo más simple, busca un factor común y luego busca los patrones vistos con anterioridad.

- 3 Factoriza las expresiones algebraicas y luego responde.**
- $12a + 14b$ = _____
 - $5x + 15y - 70z + 25$ = _____
 - $12a^2b - 27ab^2 + 3ab$ = _____
 - $m^2 + 12 + 20$ = _____
 - $s^2 + 12s + 32$ = _____
 - ¿Qué métodos utilizaste para factorizar las expresiones anteriores? Explica.

Desafíos de integración

1. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Si el lado de un cuadrado mide $(7m + 4)$ cm, ¿qué expresión representa su perímetro?

R: _____

- b. Un camino recto une a las ciudades A y B, y la distancia total del trayecto es $(15\,000x)$ m. Si un auto que salió desde la ciudad A ha recorrido $(4\,200x + 2\,250)$ m, ¿cuánto le falta para llegar a la ciudad B?

R: _____

- c. Un jardín rectangular de lados $(115x + 35)$ cm y $(85x + 22)$ cm se quiere rodear con una cerca. Si ya se ha rodeado $(15x + 14)$ cm, ¿cuántos faltan para terminar el trabajo?

R: _____

- d. El modelo de una escalera de madera se fabrica con dos listones de largo $(87x + 6)$ cm cada uno y ocho listones pequeños, cada uno de $(12x + 4)$ cm. ¿Qué largo debe tener como mínimo para la tabla con que se construirá la escalera?

R: _____

- e. Se quiere adornar por fuera una caja cúbica de lado $(4x + 9)$ cm pegando cinta verde por todas sus aristas. ¿Cuántos centímetros de cinta se necesita?

R: _____

- f. Un campesino siembra papas en un terreno de $(14x + 35)$ m de largo y $(27x + 42)$ m de ancho ¿Cuál es el área total sembrada?

R: _____

- g. Un arquitecto debe construir un bloque cúbico de cemento para que sea la base de una escultura. Si el lado de la base del cubo es de $(75x + 25)$ cm, ¿cuál es su volumen?

R: _____

- h. Si los lados de un rectángulo miden $(5x + 3)$ cm y $(7x + 9)$ cm, ¿cuál es el 80 % de su área?

R: _____

- i. Si se aumenta en un 10% la medida de los lados de un cuadrado de lado $(3x + 1)$ cm, ¿cuál es su nueva área?

R: _____

- j. Se quiere pintar las cuatro paredes de una bodega de dimensiones: $(3x + 2)$ m de largo, $(2,5x + 1)$ m de alto y $(x + 1,8)$ m de ancho, entonces ¿cuál es la superficie total a pintar?

R: _____

- k. Se desea construir una cancha rectangular de área $(x^2 + 14x + 48)$ m². ¿Cuáles pueden ser las medidas de sus lados?

R: _____

- l. El diseño de una baldosa rectangular, de área $(a^2 + cb)$ cm², se compone de un área cuadrada verde sobre un área rectangular celeste. ¿Cuáles son las dimensiones de la región verde y la celeste?

R: _____

- m. Un empresa de alfombras quiere sacar a la venta un modelo rectangular de $(7t + 10)$ cm de largo. ¿Cuánto debe medir el ancho si se quiere que el área de la alfombra sea de $(28t^2 + 96t + 80)$ cm²?

R: _____

- n. Un carpintero debe hacer una ventana cuadrada cuya área sea $4a^2 + 12ab + 9b^2$. ¿Cuáles serán sus medidas?

R: _____

- ñ. Un cuadrado tiene un área de $(x^2 + 12x + 36)$ cm². ¿Cuánto mide su lado?

R: _____

Resolución de problemas

Estrategia: Usar un proceso de ensayo y error.

Usa este método cuando se deban combinar cantidades para encontrar un total.

Elige un valor que sea posible y pertinente al problema, prueba con él y verifica si has alcanzado el objetivo; si no es así, debes elegir otro valor y repetir el proceso.

A veces se resuelve correctamente un procedimiento matemático pero el resultado puede no cumplir con las condiciones de un problema dado. Por esto es necesario comprobar tus resultados en el contexto del problema.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar el resultado obtenido y comunicarlo.

1 Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

- a. Encuentra dos números enteros cuya suma sea igual a -11 y su producto, 24 .

R: _____

- b. Para factorizar la expresión $3x^2 + 7x + 2$ se dibujó el siguiente rectángulo subdividiendo en otros cuatro. Escribe en cada región los términos correspondientes y finalmente, la factorización.



$$3x^2 + 7x + 2 = (\quad) (\quad)$$

- c. Marisa compró dos unidades de un producto y un tercero de la lista que aparece a continuación. Si en total gastó \$ 2600, ¿qué productos compró?

Tallarines	→	\$ 600
Arroz	→	\$ 800
Azúcar	→	\$ 700
Aceite	→	\$ 950
Galletas	→	\$ 900

R: _____

- d. Calcula el valor de $\sqrt{1024}$ aproximado a un dígito decimal. (Recuerda que debes comenzar encontrando dos números naturales que al cuadrado sean menor y mayor, respectivamente, que 1024).

R: _____

- e. El matemático Augustus de Morgan vivió en el siglo XIX y trabajó especialmente en álgebra y lógica matemática. En cierta ocasión afirmó: "Yo tenía x años en el año x^2 ". ¿En qué año nació de Morgan?

R: _____

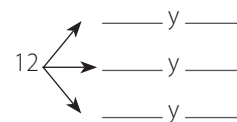
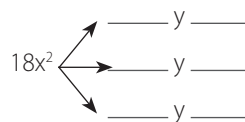
- f. Jorge fue a un corral con cerdos y gallinas, y al salir declaró haber contado 18 animales con un total de 50 patas. ¿Cuántos cerdos había?

R: _____

- g. Un padre y su hijo tienen en conjunto 55 años. Sus edades, por separado, están compuestas por las mismas dos cifras pero colocadas al revés. ¿Cuáles son esas cifras?

R: _____

- h. Tomás dice que para factorizar el trinomio $18x^2 + 42x + 12$ debe, por una parte, buscar todas las parejas de factores enteros en que se descomponen $18x^2$ y 12 , para después combinar cada pareja y que produzcan el término $42x$. Completa los pasos y llega a la factorización requerida.



Posibles factores

(_____)(_____)

(_____)(_____)

(_____)(_____)

¿Dan $42x$?

2 Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

- a. Andrés, su hermano Tomás y su primo Nicolás tienen, cada uno, una de las siguientes mascotas: un perro, un gato y un conejo. Indica de quien es cada mascota considerando que: un primo de Nicolás tiene un gato, Andrés tiene un perro y Tomás no tiene un conejo.

R: _____

- b. Si el área de un rectángulo es $(4x^2 - 9y^2)$ cm², ¿cuáles son sus dimensiones?

R: _____

- c. La tercera parte de una chacra tiene lechugas. Si hay 12 lechugas costinas y dos quintos de las lechugas son escarolas. ¿Cuántas lechugas hay en total en la chacra?

R: _____

- d. ¿Cuál es la factorización de $x^2 - 8x - 48$?

R: _____

- e. La suma de los cuadrados de dos números es 898. Si uno de los números es 13, ¿cuál es el otro?

R: _____

- f. Camila quiere calcular mentalmente el resultado de $550^2 - 450^2$. Ayúdala factorizando y calculando el total.

R: _____

- g. Un agricultor midió los tres sectores de una chacra que destinará a cultivar distintas verduras. Las medidas fueron 98^2 m², $(12 \cdot 98)$ m² y 20 m². ¿Cuál es el área total? (Factoriza y luego calcula).

R: _____

- h. Si el área de un cuadrado es 164 m², ¿cuánto mide su lado aproximadamente?

R: _____

3 Con la información dada, crea problemas que puedan ser resueltos con los contenidos de esta sección y utilizando el procedimiento de ensayo y error. Compártelos con tus compañeros.

- a. El volumen de un prisma recto es $(4x^2 - 16x - 84)$ cm³.

Pregunta: _____

Respuesta: _____

- b. La suma de dos números enteros es -24 y su producto es -180 .

Pregunta: _____

Respuesta: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia de ensayo y error.

1. Nombra una ventaja y una desventaja de la estrategia de ensayo y error.

2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.

3. Explica paso a paso como resolviste el problema 1.e.

¿Cómo modelar situaciones con ecuaciones?

» Propósito

Modelar situaciones usando ecuaciones lineales.

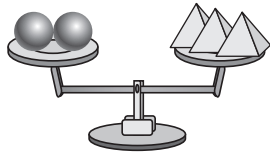
- Una ecuación expresa una relación de igualdad entre cantidades siendo algunas de ellas conocidas y otras desconocidas. En una ecuación las cantidades desconocidas se llaman incógnitas y están relacionadas con las cantidades conocidas por medio de operaciones aritméticas.
- Resolver una ecuación significa encontrar cuál es su solución. Un número se llama solución de una ecuación si, al reemplazarlo en el lugar de la incógnita la igualdad se hace verdadera.

Practiquemos lo aprendido

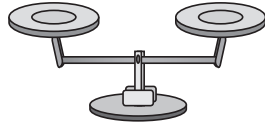
Práctica guiada

1. Representa las siguientes ecuaciones colocando sus términos en cada plato de las balanzas.

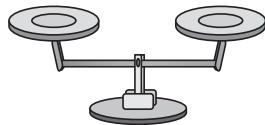
$2 \cdot p = 3$



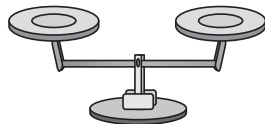
a. $5 = 2x + 1$



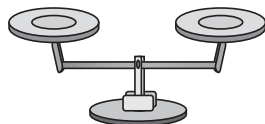
b. $3x + 3 = 6$



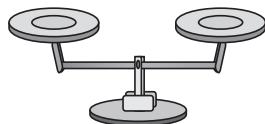
c. $5 - 3 = 2y + 1$



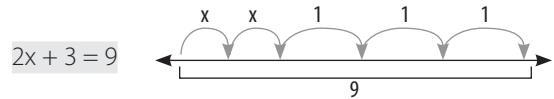
d. $6 = 3 \cdot q$



e. $0,5m = 3$



2. Representa en cada recta la ecuación dada.



a. $2 \cdot u = 3$

b. $a : 6 = 2$

c. $13 = x - 6$

d. $6x - 3 = 9x$

e. $8x - 4 = 6x$

f. $2(m - 3) = m$

Aplica

3. Plantea la ecuación que corresponda a cada situación.

a. Si Mario pagó \$ 8500 en el almacén y le quedan \$ 12 300, ¿cuánto dinero tenía Mario?

b. Si al doble de un número se le agregan cinco unidades, se obtiene 10 menos el triple del número. ¿Cuál es el número?

c. La suma de las edades de dos hermanos es 61. Si uno tiene cinco años menos que el otro, ¿cuántos años tiene el menor?

- d. Si un rectángulo tiene área 6 m^2 y uno de sus lados mide un metro más que el otro, ¿cuál es la longitud del lado menor?

- e. Las edades de Luis y Pedro suman 41 años. Si Pedro es un año mayor que Luis, ¿qué edad tiene Luis?

- f. El perímetro de un cuadrado es 144 cm. ¿Cuál es la longitud de su lado?

- g. Si de la sala de clases sale la mitad de los alumnos y dos alumnos más, entonces quedarían 17. ¿Cuántos alumnos hay en ese curso?

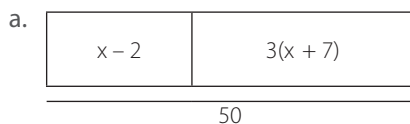
- h. El precio bruto de un artículo es \$42 500, ¿cuál es el precio sin el IVA?

- i. La tercera parte de un número más $\frac{2}{9}$ del mismo número suman 8. ¿Cuál es el número?

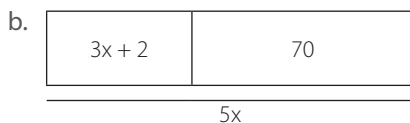
- j. Jaime posee $\frac{2}{3}$ de un terreno familiar y si vende $\frac{1}{4}$ de su parte, le pagan \$8 000 000. ¿Cuál es el precio del terreno familiar completo?

- k. El producto de 12 y la diferencia entre 1 y el número p es 84. ¿Cuál es el valor de p?

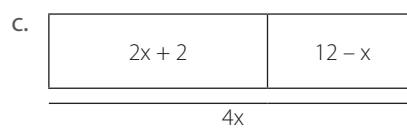
4. Usando la información de cada diagrama, escribe una ecuación para calcular el valor de x.



Ecuación: _____



Ecuación: _____



Ecuación: _____

5. En cada caso, crea un problema que pueda ser resuelto con la ecuación dada.

a. $50 = 2x + 8$

b. $70x - 16 = 125$

c. $7 = 2y + 1$

6. Encuentra una fórmula que permita calcular el término de orden n, en cada sucesión.

a. 8, 3, -2, -7, -12, ...

b. -7, -1, 5, 11, 17, ...

c. 1, 6, 11, 16, 21, ...

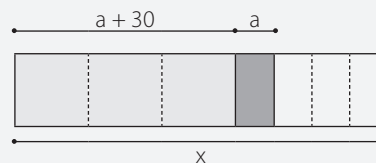
d. 3, 7, 11, 15, 19, ...

e. -4, 0, 4, 8, 12, ...

f. 2, 5, 8, 11, 14, ...

Desafío

Representa mediante una ecuación la información del siguiente diagrama.



Ecuación: _____

» Propósito

Resolver ecuaciones lineales.

- Para resolver una ecuación se debe despejar la incógnita. Entonces, hay que aplicar las operaciones inversas a las que aparecen en la ecuación.
- Esas operaciones deben aplicarse a ambos miembros de la ecuación, para que no se altere la igualdad.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Identifica la operación que debes realizar en ambos lados de cada ecuación para despejar la incógnita.

$t + 25 = 80 \rightarrow$ Restar 25

- a. $x + 10 = 22 \rightarrow$ _____
 b. $5a = 45 \rightarrow$ _____
 c. $m - 87 = 87 \rightarrow$ _____
 d. $10x = 20 \rightarrow$ _____
 e. $7 = 1 + x \rightarrow$ _____

2. Verifica si el valor dado es la solución de la ecuación. Selecciona Sí o No, según corresponda.

Valor	\rightarrow	Ecuación	\rightarrow	Sí	No
$y = 5$	\rightarrow	$y + 3 = 8$	\rightarrow	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- a. $t = 6 \rightarrow 5 \cdot t = 40 \rightarrow$
 b. $x = 19 \rightarrow 13 = x - 6 \rightarrow$
 c. $z = 25 \rightarrow 100 : z = 4 \rightarrow$
 d. $x = 34 \rightarrow 52 + 6 = x + 28 \rightarrow$
 e. $a = 21 \rightarrow a \cdot 3 = 65 - 2 \rightarrow$

3. Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones e indica la operación necesaria para despejar la incógnita.

$x - 8 = 25 \quad / \quad + 8 \rightarrow x = 33$

- a. $x + 12 = 345 \quad / \quad \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow x = \underline{\hspace{1cm}}$
 b. $64 = b : 8 \quad / \quad \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow x = \underline{\hspace{1cm}}$
 c. $36 = t \cdot 4 \quad / \quad \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow x = \underline{\hspace{1cm}}$
 d. $44 \cdot 4 = 2r \quad / \quad \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow x = \underline{\hspace{1cm}}$
 e. $34 + 89 = 76 + d \quad / \quad \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow x = \underline{\hspace{1cm}}$

4. Une con una línea cada ecuación de la columna A con su solución de la columna B.

Columna A

Columna B

$x : 125 = 9$

$x = 21$

a. $50 = 2x + 8$

$x = 1125$

b. $6x - 3 = 9$

$x = 4$

c. $7x - 16 = 12$

$x = -7$

d. $2x - 4 = -18$

$x = 2$

e. $5x + 5 = 25$

$x = 5$

Aplica

5. Plantea dos ecuaciones diferentes (con distintas operaciones aritméticas) cuya solución sea 22.

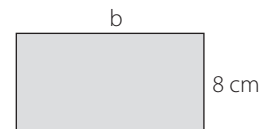
Ecuación 1: _____

Ecuación 2: _____

6. Plantea una ecuación que te permita calcular el valor de la incógnita en cada figura.

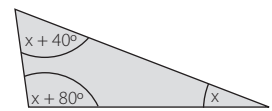
- a. Área: 40 cm^2

Ecuación: _____
 Solución: _____



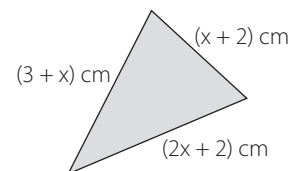
- b.

Ecuación: _____
 Solución: _____



- c. Perímetro: 31 cm

Ecuación: _____
 Solución: _____



7. Simón resolvió dos problemas planteando y resolviendo una ecuación, y luego escribió la respuesta. ¿Por qué crees que sus respuestas no son correctas? Justifica tu respuesta.

a. Respuesta: la edad de Juan es -32 años.

b. Respuesta: el número de hermanos de Lucas es 3,6.

c. Respuesta: el área del cuadrado es -8 cm.

8. Soluciona los siguientes problemas planteando y resolviendo una ecuación.

a. Si dos números consecutivos suman 65, ¿cuál es el producto entre ellos?

R: _____

b. Si al aumentar en 5 cm el doble de una longitud, se obtienen 23 cm, ¿cuál es la longitud?

R: _____

c. La suma de un número, su antecesor y su sucesor es 153. ¿Cuál es el número?

R: _____

d. El perímetro de un cuadrado es 1048 cm. ¿Cuál es la longitud de cada uno de sus lados?

R: _____

e. La tercera parte de un número es el doble de 33. ¿Cuál es el número?

R: _____

f. El 25% de mi nota final es 1. ¿Cuál es mi nota final?

R: _____

g. Si al triple de un número se le resta su mitad, se obtiene 40. ¿Cuál es el número?

R: _____

h. Si el doble de mi sueldo es \$1 650 000, ¿cuál es mi sueldo?

R: _____

i. El perímetro de un cuadrado es 84 m. ¿Cuál es la longitud de sus lados?

R: _____

j. Adela tiene 5 muñecas más que Julia. Si al doble de las de Julia se le suman 6, se obtiene 14. Entonces, ¿cuántas muñecas tiene Adela?

R: _____

k. El doble del número de álamos es igual al triple del de sauces. Si en total hay 50 árboles, ¿cuántos de ellos son sauces?

R: _____

l. Tobías compró 22 paquetes de galletas de un mismo precio y pagó con un billete de \$ 20 000. Si recibió de vuelto \$ 9990, ¿cuánto le costó cada paquete de galletas?

R: _____

m. El diámetro de Júpiter es de 141 900 km, es decir, unas once veces el diámetro de la Tierra. Aproximadamente, ¿cuál es el diámetro de la Tierra?

R: _____

n. El doble de la edad de Fernanda aumentado en 5 es igual a la edad de su hermano mayor, que tiene 11 años. ¿Qué edad tiene Fernanda?

R: _____

ñ. Eduardo guarda sus ahorros en tres alcancías. En la primera tiene \$ 8250 y en la segunda, \$ 6450. Si en total tiene \$ 23 500, ¿cuánto dinero hay en la tercera alcancía?

R: _____

o. El triple de la edad de Carol es el doble de la edad de Franco más nueve años. Si Carol tiene 17 años, ¿cuál es la edad de Franco?

R: _____

p. Las edades de Luis y Cristián suman 114 años. Si Luis tiene 55 años, ¿cuál es el doble de la edad de Cristián?

R: _____

q. Un proveedor de servicios de Internet cobra \$ 1000 por la primera hora y \$ 250 por cada media hora adicional. Si a Francisca le llegó una cuenta de \$ 3500, ¿durante cuántas horas utilizó Internet?

R: _____

r. La producción de un evento tiene un costo de \$ 1 250 000. Si cada entrada se vende a \$ 3000, ¿cuántas entradas hay que vender para obtener una ganancia de \$ 850 000?

R: _____

Desafío

Divide 127 en tres partes, tales que la segunda sea el triple de la primera y sea 20 unidades mayor que la tercera.

¿Cómo modelar situaciones con inecuaciones?

» Propósito

Modelar situaciones usando inecuaciones lineales.

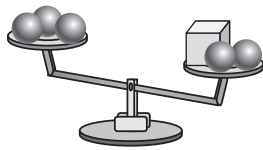
- Una inecuación expresa una relación de desigualdad ($<$, $>$, \leq , \geq) entre distintas cantidades, algunas de ellas conocidas y otras desconocidas. En una inecuación las cantidades desconocidas se llaman incógnitas y están relacionadas con las cantidades conocidas a través de operaciones aritméticas.
- Un número se llama solución de una inecuación si, al reemplazarlo por la incógnita, la desigualdad es verdadera. Resolver una inecuación significa encontrar el conjunto de sus soluciones.

Practiquemos lo aprendido

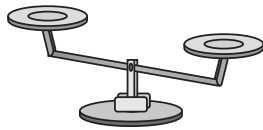
Práctica guiada

1. Representa cada inecuación en la balanza dada.

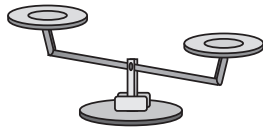
$x + 2 > 3$



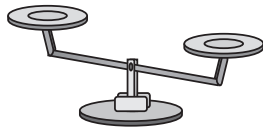
a. $3 \cdot p < 6$



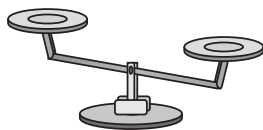
b. $2k + 1 < 3$



c. $a : 2 < 3$

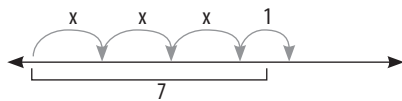


d. $4v > 8$



2. Representa cada inecuación en la recta numérica.

$3x + 1 > 7$



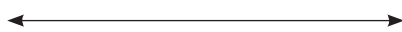
a. $2 \cdot u > 3$



b. $a : 12 < 2$



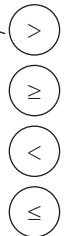
c. $13 > x - 6$



3. Subraya la palabra que indica la desigualdad en cada enunciado y únela al signo correspondiente.

Juan tiene más de 5 años.

- a. A lo más tiene 3 dulces.
- b. El récord es no más de 3,5 m.
- c. El trabajo dura más de 2 días.
- d. Estuvo menos de 3 horas.
- e. Quiero a lo más un kilo de queso.
- f. A lo menos tiene \$ 1000.



Aplica

4. Durante cierta semana Esteban practicó deportes más de dos horas, vio televisión más de tres horas y leyó más de cuatro horas. ¿Cuánto tiempo dedicó esa semana a esas tres actividades? Escribe la inecuación que modela esta situación.

5. Analiza las siguientes afirmaciones y señala si son verdaderas (V) o falsas (F).

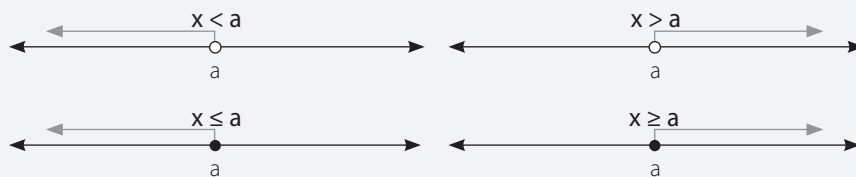
- a. ____ En una inecuación las soluciones son siempre mayores que cero.
- b. ____ En una inecuación se puede sumar cualquier número en ambos miembros.
- c. ____ En una inecuación se puede multiplicar por cualquier número en ambos miembros.
- d. ____ Al cambiar de lugar el miembro izquierdo por el miembro derecho, una inecuación no se altera.
- e. ____ Si 3 es solución de una inecuación, entonces -3 es solución de la inecuación con el signo de desigualdad contrario.
- f. ____ Las inecuaciones tienen una única solución.

¿Cómo representar la solución de una inecuación?

» Propósito

Representar inecuaciones lineales.

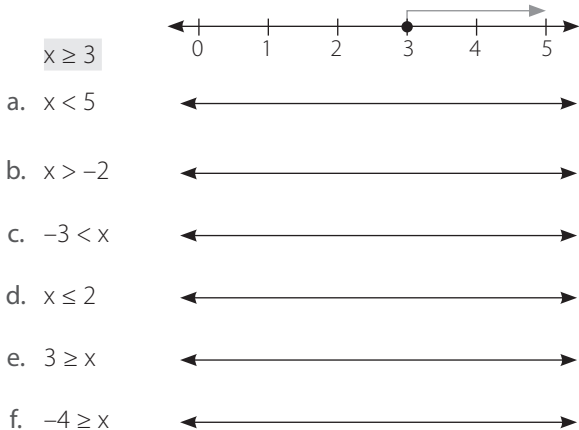
- La solución de una inecuación no siempre es un valor único sino un conjunto solución. Por lo tanto, se puede expresar en forma algebraica o utilizando la recta numérica.
- Existen 4 casos que se pueden dar al resolver una inecuación:



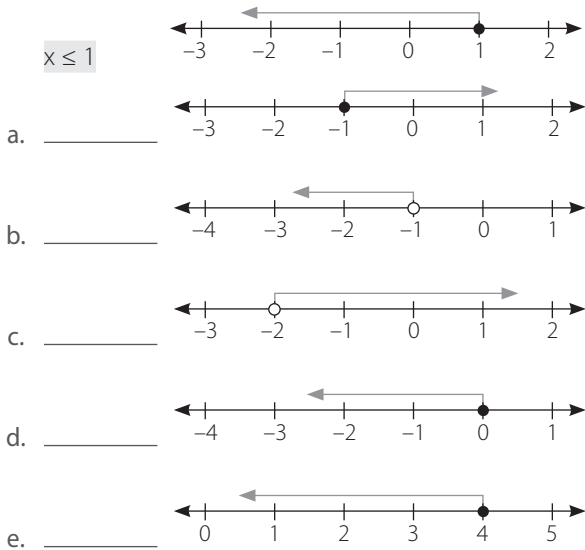
Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Representa cada expresión en la recta numérica.



2. Representa algebraicamente la información de cada recta numérica.



Aplica

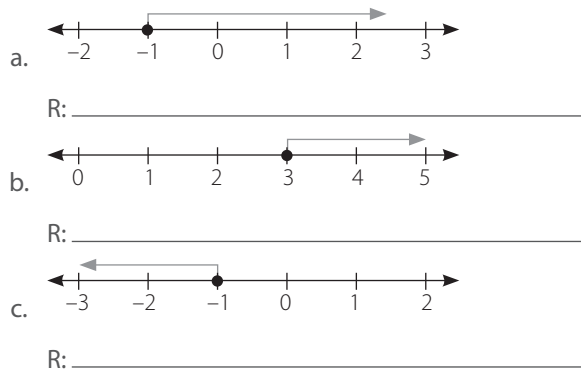
3. Representa la información como se solicita.

- a. Todos los números mayores de 4,6.
Algebraicamente: _____
Recta: _____
- b. Los números menores o iguales a -3,2.
Recta: _____
- c. Cualquier número menor que $\frac{-1}{3}$.
Recta: _____
- d. Los números mayores o iguales a $\frac{2}{5}$.
Algebraicamente: _____

4. Modela una situación dada la solución de una inecuación.

- a. $x \geq -2$ R: _____
- b. $x < 3$ R: _____
- c. $3 \geq x$ R: _____
- d. $-1,4 < x$ R: _____

5. Modela una situación dada la representación de la solución de una inecuación.



¿Cómo resolver inecuaciones?

» Propósito

Resolver inecuaciones lineales.

- Para resolver una inecuación, se aplican las operaciones inversas necesarias para despejar la incógnita, al igual que en las ecuaciones.
- La única diferencia con la resolución de ecuaciones es al multiplicar y dividir por un número negativo. En esos casos la desigualdad se invierte.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Identifica la operación que debes realizar en ambos miembros de cada inecuación para despejar la incógnita.

$x + 18 < 625 \rightarrow$ Restar 18

- a. $y - 10 < 34 \rightarrow$ _____
- b. $6a > 78 \rightarrow$ _____
- c. $m - 35 > 53 \rightarrow$ _____
- d. $89 > z : 4 \rightarrow$ _____
- e. $100u > 0 \rightarrow$ _____
- f. $0,3 < 0,2 + q \rightarrow$ _____
- g. $0 > -6 - s \rightarrow$ _____
- h. $0,8 < -2p \rightarrow$ _____
- i. $-10d - 4d > 7 \rightarrow$ _____

2. Resuelve cada una de las siguientes inecuaciones.

$x - 14 > 32 \rightarrow x > 46$

- a. $x + 15 > 72 \rightarrow$ _____
- b. $81 < b : 9 \rightarrow$ _____
- c. $77 > t \cdot 7 \rightarrow$ _____
- d. $11 \cdot 4 < 4r \rightarrow$ _____
- e. $3 + 65 > 43 + d \rightarrow$ _____
- f. $3x \geq 9 + 2x \rightarrow$ _____
- g. $-24 + 3q \geq -5 \rightarrow$ _____

3. Une cada inecuación de la columna A con su solución de la columna B.

Columna A	Columna B
$x : 11 > 12$	$10 > x$
a. $70 < 5x + 10$	$x > 132$
b. $x : 5 + 4 < 6$	$x > 3$
c. $7x - 15 > 6$	$1 < x$
d. $20x - 7 > 13$	$x > 12$
e. $50(x + 1) < 1000$	$x < 19$

Aplica

4. Plantea la inecuación y entrega la solución y un valor que cumpla con las condiciones de cada problema.

- a. Si la suma de un número y su sucesor es mayor que 100, ¿cuál puede ser el número?

Inecuación: _____ Solución: _____

Valor: _____

- b. El perímetro de un rectángulo no puede ser mayor que 900 m. Si sus lados están en razón 1 : 2, ¿cuál puede ser la longitud de su lado mayor?

Inecuación: _____ Solución: _____

Valor: _____

- c. La mitad de un número es mayor que el doble de 25. ¿Cuál puede ser ese número?

Inecuación: _____ Solución: _____

Valor: _____

- d. Gasto más del 40% de mi mesada en fotocopias, lo que equivale a \$ 4000. ¿Cuánto es mi mesada?

Inecuación: _____ Solución: _____

Valor: _____

5. Resuelve los siguientes problemas en el conjunto de los números enteros.

- a. El perímetro de un triángulo equilátero es menor que 300 cm. ¿Cuánto mide su lado como máximo?

R: _____

- b. Si el área de un rectángulo es mayor que 200 m² y uno de sus lados mide 40 m, ¿cuál es la longitud mínima del otro lado?

R: _____

- c. En una colecta aporté más que Hernán y Tito juntos. Si Hernán aportó \$ 2500 y Tito aportó el doble que Hernán, ¿cuánto aporté como mínimo?

R: _____

6. Inventa una inecuación que tenga como solución los valores indicados en cada caso.

- a. $x > 0$ _____
 b. $m \leq -3$ _____
 c. $t > 5$ _____
 d. $p \geq 4$ _____

7. Resuelve los siguientes problemas

- a. Si el máximo valor del perímetro de un cuadrado es 300 m, ¿cuánto puede medir su lado?
 R: _____
- b. El triple de un número disminuido en cinco unidades es menor que siete. ¿Qué valor podría tener dicho número?
 R: _____
- c. La base de un triángulo isósceles mide 18 cm. Determina la medida mínima de uno de los otros dos lados si el perímetro es mayor que 45 cm.
 R: _____
- d. El triple de un número disminuido en cinco unidades es mayor que el doble del mismo número aumentado en seis. ¿Cuál es el menor número entero que cumple esta condición?
 R: _____
- e. En una tienda se mezcla aceite de oliva, que cuesta \$ 2880 por litro, con aceite de palta, de \$ 3440 por litro. Si se pretende conseguir 60 litros de una mezcla intermedia que no supere los \$ 3200 por litro, ¿qué condiciones tienen que cumplir las dos clases de aceite?
 R: _____
- f. La masa de un camión es 1075 kg. La diferencia entre la masa del camión y a masa de la carga que transporta no puede ser menor que 400 kg. Si la carga consiste en 25 cajas iguales, ¿cuál es la masa máxima que puede tener cada una de las cajas?
 R: _____
- g. Roberto compró un helado, un chocolate que cuesta la cuarta parte del precio del helado y una caluga que vale \$ 850. Si llevaba \$ 8000 y gastó menos de las dos terceras partes de este monto, ¿qué podrías decir del precio del helado?
 R: _____
- h. Un padre y su hijo se llevaron 22 años. ¿En qué período de sus vidas la edad del padre excede en más de seis años al doble de la edad del hijo?
 R: _____

- i. Un automóvil transita por una autopista a una velocidad que nunca supera los 120 km/h. ¿Cuál es la distancia máxima a la que se encontrará de su punto de partida luego de 6 horas de viaje?
 R: _____
- j. Una secretaria ha escrito 75 cartas y solo le quedan menos de 26 cartas para terminar. ¿Cuántas cartas debía escribir en total?
 R: _____
- k. Una empresa A ofrece un plan de Internet que tiene un costo fijo mensual de \$ 12 000 más \$ 100 por hora de consumo. La compañía B ofrece una alternativa por \$ 8 000 de costo fijo más \$ 150 por hora de consumo. ¿A partir de cuántas horas de consumo es más conveniente el plan de la empresa A?
 R: _____
- l. Un vinatero tiene dos tipos de vinos: uno de \$ 400 el litro y otro de \$ 700 el litro. Quiere mezclarlos para llenar una barrica de 500 litros, pero quiere que la mezcla no cueste más de \$ 600 ni menos de \$ 500. ¿Entre qué valores debe estar la cantidad de litros del primer tipo de vino para que el precio final esté en el rango deseado?
 R: _____
- m. El número de estudiantes de tres cursos es menor que 85. El curso A tiene el doble de estudiantes que el curso B, el curso C tiene 15 estudiantes más que el curso A. ¿Cuántos estudiantes como máximo tiene cada curso?
 R: _____
- n. La edad de Andrés es el doble de la de Camila, y la de Camila el doble de la de Tomás. Si la suma de sus edades es a lo más 56 años, ¿cuál puede ser la edad de Camila?
 R: _____

Desafío

Un chocolate cuesta \$ 300 más que una bolsa de calugas. Si ambos cuestan entre \$ 800 y \$ 1400, ¿entre qué valores está el precio de la bolsa de calugas?

R: _____

Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lecciones 18 y 19

Recuerda que primero debes reducir términos semejantes, luego aislar la incógnita en un miembro de la ecuación y después despejarla.

En este ejercicio puedes resolver la ecuación y comparar los resultados, o evaluar la ecuación con el valor dado.

1 Resuelve las ecuaciones.

a. $-5(q + 1) = 4(q - 7) + 1$ $q = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\frac{1}{6}x - \frac{2}{5}x + 4 = x + 4$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $8t + 4(t - 1) = 12 - (8 - 3t) + 1$ $t = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $\frac{3}{5}m - (5m - 1) = 2m - \frac{1}{2} - \frac{7}{10}m$ $m = \underline{\hspace{2cm}}$

2 Verifica si el valor de la incógnita corresponde a la solución de la ecuación.

a. $\frac{1}{2}f + 1 = 4f \rightarrow f = -\frac{1}{7}$ $\underline{\hspace{2cm}}$

b. $-8(x + 2) = 5 \rightarrow x = -\frac{21}{8}$ $\underline{\hspace{2cm}}$

c. $\frac{2}{3}y - \frac{4}{9} = y - 1 \rightarrow y = \frac{2}{3}$ $\underline{\hspace{2cm}}$

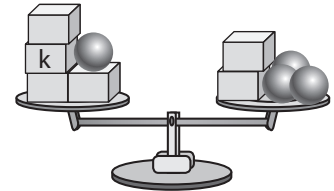
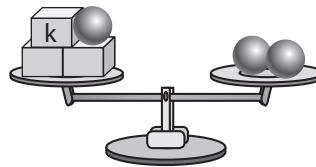
Lección 20

Identifica primero cuál es la incógnita y luego escribe la relación que se muestra en cada balanza.

3 Escribe una ecuación que represente cada balanza.

a. $\underline{\hspace{4cm}}$

b. $\underline{\hspace{4cm}}$

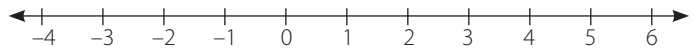


Lecciones 21 y 22

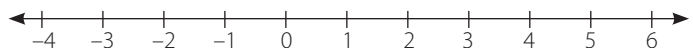
Primero, marca el número dado y luego determina si debes rellenar o no esa marca. Luego, representa los números que son parte de la solución.

4 Representa cada inecuación en la recta numérica.

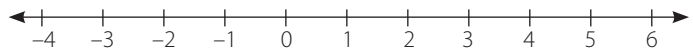
a. $x < 3$



b. $x \geq \left(-\frac{1}{2}\right)$



c. $x > 1$



5 Resuelve las inecuaciones.

a. $20x + 4 \leq 18$ $\underline{\hspace{4cm}}$

b. $2 - 6x < 18 + 5x$ $\underline{\hspace{4cm}}$

c. $\left(\frac{2}{5}\right)x + 1 > 3x$ $\underline{\hspace{4cm}}$

d. $\left(\frac{3}{7}\right)x - 10 \geq \frac{1}{2}$ $\underline{\hspace{4cm}}$

Trabaja como en una ecuación, solo si multiplicas o divides por números negativos, debes invertir el signo de la inecuación.

Desafíos de integración

1. Resuelve los siguientes problemas que involucran ecuaciones e inecuaciones.

- a. Pablo tiene 30 años menos que su padre y este tiene el cuádruple de los años de su hijo. ¿Qué edad tiene cada uno?
R: _____

- b. El lado menor de un rectángulo mide 11 m. ¿Cuántos metros más mide el lado mayor del rectángulo si su perímetro es 52 m?
R: _____

- c. Francisco tiene \$ 4500 en monedas de \$ 500 y de \$ 100. Si el número de monedas de \$ 100 es el cuádruple de monedas de \$ 500, ¿cuántas monedas de cada valor tiene Francisco?
R: _____

- d. En un triángulo ABC, la medida del $\angle ABC$ es el doble que la del $\angle BCA$ y esta última es el triple que la del $\angle CAB$. ¿Cuál es la medida de los ángulos del triángulo?
R: _____

- e. En una bolsa hay dulces de menta, naranja y uva. Los dulces de menta son el doble que los de naranja y los de uva son iguales a la suma de los de menta y naranja más 3. Si en total hay 423 dulces, ¿cuántos hay de cada sabor?
R: _____

- f. En la ciudad de Valdivia, durante abril a lo más cayeron 131,5 mm de precipitaciones. Si en las dos primeras semanas se registraron 69,7 mm, ¿cuántos milímetros cayeron a lo más en el resto del mes?
R: _____

- g. Un ascensor puede cargar como máximo 1230 kg. Si en cierto momento se carga con 750 kg, ¿cuál es la carga máxima que se puede agregar?
R: _____

- h. El cuádruple de un número disminuido en doce unidades es mayor que el doble del mismo número aumentado en cuatro. ¿Cuál es el número que cumple con esta condición?
R: _____

- i. La base de un triángulo isósceles mide 20 cm. Si el perímetro es mayor que 45 cm, ¿cuál es la medida mínima de los otros dos lados del triángulo?
R: _____

- j. En una frutera, la cantidad de manzanas es mayor que la de naranjas más dos, y la de naranjas es mayor que el doble de la cantidad de peras más cuatro. Si en total hay menos de 20 frutas, ¿cuántas peras puede haber como máximo?
R: _____

- k. Lorena tiene 18 años menos que Andrea. Si las edades de ambas suman menos de 42 años, ¿cuál es la máxima edad que podría tener Lorena?
R: _____

- l. ¿Cuáles son los números cuyo triple excede a su doble en más de 20 unidades?
R: _____

- m. Para convertir de grados Celsius a grados Fahrenheit se puede utilizar la aproximación: $F = 1,8C + 32$. ¿Cuál es el rango, en grados Fahrenheit, del rango en Celsius $20 < C < 30$?
R: _____

- n. En un curso si falta un cuarto de los estudiantes, quedan menos de 18 personas. Pero si falta un tercio de los estudiantes, entonces los que quedan en clases son más de 14. ¿Cuántos estudiantes hay en el curso?
R: _____

Estrategia: Plantear una ecuación o inecuación.

Escribe una ecuación o inecuación cuando el contexto describa una situación que relacione la incógnita con los otros datos a través de operaciones aritméticas.

Recuerda que la mayoría de las veces un problema puede resolverse con más de una estrategia o combinando varias. Tú debes elegir la que te resulte más fácil o con la que sientas mayor seguridad.

1 Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

- a. Julia piensa que, en tres años más, el pino de su jardín tendrá a lo menos 60 años. ¿Cuántos años tiene ahora el pino de la casa de Julia?

R: _____

- b. La suma de dos números pares consecutivos es igual al menor aumentado en cuatro. ¿Cuáles son esos números?

R: _____

- c. Si Pedro tiene \$ 24 000 más que Camila y entre los dos tienen \$ 38 000, ¿cuánto dinero tiene Pedro?

R: _____

- d. La medida de los ángulos interiores del ΔPQR están en la razón $2 : 3 : 5$. ¿Cuánto mide el ángulo menor?

R: _____

- e. Si al cuádruple de un número se le restan 5 unidades, no alcanza a ser igual a 13. ¿Cuál es el mayor número entero que cumple esta condición?

R: _____

- f. Luz tiene 20 años menos que Ana. Si sus edades suman menos de 86 años, ¿cuál es la máxima edad que podría tener Ana?

R: _____

- g. Si al doble de z se le restan 17, resulta menos de 35; pero si a su mitad se le suman 3, el resultado es mayor que 15. ¿Cuál es el valor de z ?

R: _____

- h. Lía y Beatriz leen el mismo libro. Si el triple de lo que lee Lía en un día más lo de Beatriz es más de 51 páginas, y si además el doble de Lía menos lo de Beatriz es 24, ¿cuál es la cantidad mínima de páginas que pueden leer en total?

R: _____

- i. Andrés y Claudio juntaron \$ 620 000, Claudio aportó el doble de Andrés más \$ 17 000. ¿Qué monto puso Andrés?

R: _____

- j. El segundo de tres números es tres veces el primero, y el tercero es cuatro veces el primero disminuido en cinco, además la suma es de ellos es 11. ¿Cuál es el número mayor?

R: _____

- k. Si en $\frac{1}{2}$ kg de naranjas se puede tener de 4 a 6 unidades, ¿cuál es la menor masa que puede obtenerse con 9 docenas de ellas?

R: _____

- l. La masa de una camioneta es 875 kg. La diferencia entre la masa de la camioneta vacía y la masa de la carga que lleve no puede ser inferior a 415 kg. Si hay que cargar cinco cajones iguales, ¿cuál es la masa, como máximo, de cada uno de ellos?

R: _____

- m. El perímetro de un rectángulo es 24 cm y sus lados miden $(8x - 6)$ y $(2x + 8)$ cm. ¿Cuánto mide el lado menor?

R: _____

2 Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres más rápida o más fácil, resuelve los siguientes problemas.

- a. ¿Cuáles son los números cuyo triple excede a su doble en más de 50 unidades?

R: _____

- b. Leonor tiene $(c + 2)$ cuadernos. Si compra c cuadernos más tendrá, a lo menos, 18. ¿Cuál es la menor cantidad de cuadernos que puede tener después de la compra?

R: _____

- c. Gloria compró $(5t + 8s)$ kg de fruta, congeló $(2t - 2s)$ kg y preparó un postre con $(3t + 5s)$ kg. ¿Qué expresión algebraica representa los kilogramos de fruta no utilizada?

R: _____

- d. Si el largo de un rectángulo es el triple de su ancho y su perímetro es 72 cm, ¿cuál es su área?

R: _____

- e. Las notas de Samuel son $5,6 - 5,6 - 6,4 - 6,4 - 5,6 - 4,4$. Si le queda una prueba por rendir, ¿puede tener un promedio final de 6? y ¿cuál es el promedio más alto que puede obtener?

R: _____

- f. La familia de Simón se va de vacaciones. Después de recorrer $\frac{4}{5}$ del camino se detienen para cargar bencina. Si aún les faltan 200 km para llegar a su destino, ¿cuántos kilómetros recorrerán en total?

R: _____

- g. Si se sigue el patrón que muestran las figuras, ¿cuántos triángulos tendría la figura 5?



Figura 1



Figura 2



Figura 3

R: _____

3 Con la información dada, crea problemas que puedan ser resueltos por medio de una ecuación o inecuación y utilizando los contenidos de esta sección. Compártelos con tus compañeros.

- a. En un jardín de 16 m^2 , el 25% tiene flores y el resto solo pasto.

Pregunta: _____

Respuesta: _____

- b. El triple de un número más el doble de su sucesor es a lo más 12.

Pregunta: _____

Respuesta: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia de plantear una ecuación o inecuación.

1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?

2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.

3. Explica paso a paso como resolviste el problema 1.k.

¿Cómo relacionar la proporcionalidad directa y la función lineal?

» Propósito

Relacionar la proporcionalidad directa con la función lineal.

Toda relación de proporcionalidad directa entre dos variables puede ser representada por una función de la forma $y = ax$, donde x e y son las variables y a es la constante de proporcionalidad. A este tipo de función se le llama función lineal.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Determina si las magnitudes son directamente proporcionales. Marca con un \checkmark las que lo son.

El perímetro de un cuadrado y la longitud de uno de sus lados.

- a. El número de entradas vendidas en un concierto y la recaudación obtenida.
- b. La velocidad de un auto y el tiempo de viaje entre dos ciudades.
- c. El costo de una docena de huevos y el costo de un huevo.
- d. La cantidad de hojas de un cuaderno y su grosor.
- e. La cantidad de obreros que realizan un trabajo y el tiempo que demoran en terminarlo.
- f. La población de bacterias y el tiempo transcurrido en su duplicación.

2. Analiza las siguientes tablas de valores. Si las variables son directamente proporcionales, calcula la constante de proporcionalidad (k).

x	2	6	10	Sí $k = 2,5$
y	5	15	25	

a.

x	2	4	6
y	6	8	10

b.

x	2	2,5	10
y	3	3,75	15

c.

x	2	6	12
y	4	12	24

d.

x	3	6	10
y	4,5	9	15

Aplica

3. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Las variables M y N son directamente proporcionales. Si $M = 11$ cuando $N = 9$, ¿cuál es el valor de M si $N = 5$?
R: _____
- b. A y B son directamente proporcionales. Si $A = 2$ cuando $B = 5$, ¿cuál es el valor de A si $B = 3$?
R: _____
- c. En la etiqueta de un alimento se especifica que 230 g del producto contienen 5 g de grasa. ¿Cuántos gramos de grasa consume una persona que ingiere 12 g de ese alimento?
R: _____
- d. Una máquina puede embalar 5 resmas de papel en una caja en 3 minutos. ¿Cuántas resmas puede embalar en 36 minutos?
R: _____

4. Analiza cada situación de proporcionalidad directa y escríbela como función una lineal.

- a. Imprimir una cantidad x de libros tiene un costo de \$ 7500 por unidad.

- b. Un maestro pone 144 ladrillos en tres horas y siempre trabaja al mismo ritmo.

- c. Camila trabaja los fines de semana y cobra \$ 16 250 por 5 horas.

- d. Un balde se llena en 6 horas con una gotera.

¿Cómo representar y analizar una función lineal?

» Propósito

Representar y analizar la función lineal.

- Una función lineal puede estar dada por una fórmula, una tabla o un gráfico.
- La gráfica de una función lineal es siempre una línea recta que pasa por el origen. Para graficarla se determina un punto que pertenezca a ella además del (0, 0) –que corresponde al origen de las coordenadas–. Por estos dos puntos se traza la recta que la representa.

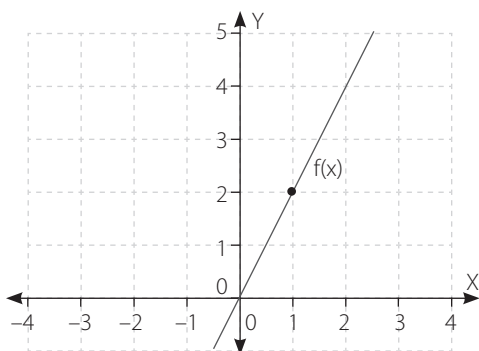
Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Grafica cada una de las siguientes funciones en el plano cartesiano rotulando cada una de ellas.

$$f(x) = 2x$$

- a. $g(x) = 1,5x$
- b. $h(x) = 3x$
- c. $i(x) = 0,5x$
- d. $j(x) = x$



2. Cada tabla muestra los valores de una relación de proporcionalidad directa. Escribe la función que la describe.

x	1	2	3	$y = 15x$
y	15	30	45	$f(x) = 15x$

a.

x	1	2	3	_____
y	5	10	15	_____

b.

x	1	2	3	_____
y	6	12	18	_____

c.

x	1	2	3	_____
y	0,1	0,2	0,3	_____

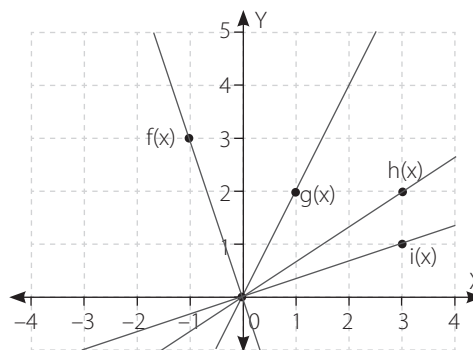
d.

x	1	2	3	_____
y	8	16	24	_____

Aplica

3. En el plano cartesiano se muestra el gráfico de varias funciones lineales. Escribe la fórmula correspondiente a cada una de ellas.

- a. $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. $h(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. $i(x) = \underline{\hspace{2cm}}$



4. Resuelve los siguientes problemas que involucran variables directamente proporcionales.

- a. Una compañía de reciclaje produce 2 kg de abono por cada 100 kg de basura. ¿Cuál es la fórmula que representa esta situación?

R: _____

- b. El precio de un litro de bencina de 95 octanos, en cierta estación de servicio, es de \$ 830. Encuentra la regla de formación de la función que relaciona la cantidad de litros (l) con su costo (c).

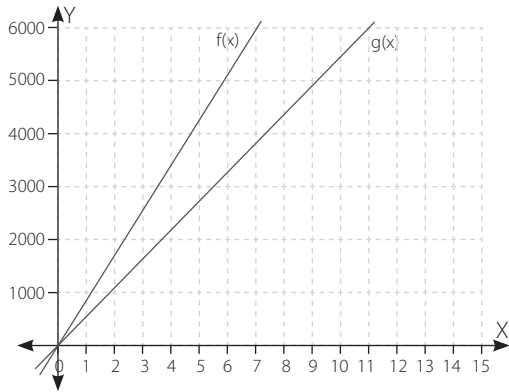
R: _____

- c. Un excursionista recorre de forma constante 1,5 km por hora en un parque. ¿Qué función describe esta situación?

R: _____

5. Resuelve los siguientes problemas

- a. El gráfico muestra las funciones $f(x)$ y $g(x)$, que representan los valores de la bencina en los centros de servicios A y B.



Si se sabe que en A los precios son más altos, ¿qué función le corresponde? Justifica tu respuesta.

R: _____

En el centro de servicio C el precio de la bencina es más bajo que en A pero más alto que en B. ¿Cuál podría ser el precio en ese servicentro? Justifica.

R: _____

- b. La función $c = 1350n$ representa el precio de las naranjas, donde c es el costo de n kilos de naranjas.

En este contexto, ¿cuál es el significado del número 1350?

R: _____

Si la igualdad $c = 1350n$ se divide por 1350, se obtiene otra función lineal, $n = \frac{1}{1350}c$. En este el contexto, ¿qué significa el número $\frac{1}{1350}$?

R: _____

- c. La función lineal $C(x) = 650x$ describe el costo (C) de x cajas de lápices de colores. Se desea definir una función $P(x)$ que entregue el precio (P), para lo cual se debe agregar el IVA a cada caja. ¿Cuál sería esta nueva función?

R: _____

Si se graficaran ambas funciones utilizando los ejes como referencia, ¿cómo se describiría la función P con respecto a C ?

R: _____

- d. Imprimir una cantidad x de álbumes fotográficos tiene un costo de \$ 7500 por unidad.

Determina la función lineal de costo $C(x)$.

R: _____

¿Cuál será el costo de imprimir 450 álbumes ?

R: _____

¿Cuántos álbumes se pueden imprimir con tres millones de pesos?

R: _____

- e. Los impulsos en las fibras nerviosas viajan a una velocidad aproximada de 90 metros por segundo.

¿Cuál es la función que representa dicha relación?

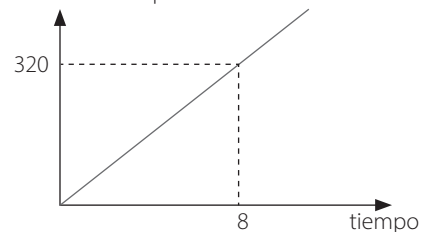
R: _____

Si un impulso que va directamente de la cabeza a los pies se demora 0,015 segundos, ¿cuál es la estatura de la persona?

R: _____

- f. El siguiente gráfico muestra el número de fotocopias que una máquina puede realizar en función del tiempo.

Número de fotocopias



¿Cuál es la constante de proporcionalidad de las variables relacionadas?

R: _____

¿Cuál es el significado de la constante de proporcionalidad?

R: _____

¿Cuántas fotocopias puede sacar la máquina entre las 9:00 y las 9:30 de la mañana?

R: _____

¿Cuánto demora en sacar 200 fotocopias?

R: _____

Si se necesitan 2000 fotocopias para las 15:00 y la solicitud de fotocopias llegó a las 14:15, ¿es posible cumplir con lo pedido?

R: _____

¿Cómo definir una función afín?

» Propósito

Definir la función afín.

- Se llama función afín a una función de la forma $y = mx + n$ donde x es la variable independiente, y es la variable dependiente y m y n son sus coeficientes.
- Si $n \neq 0$, las variables x e y no tienen una relación de proporcionalidad directa.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Identifica si las reglas de formación corresponden a una función lineal o a una función afín. Marca con una X según corresponda.

	Lineal	Afín
$f(x) = 8x$	X	
a. $g(x) = -\frac{7}{8}x$	_____	_____
b. $h(x) = x - 1$	_____	_____
c. $j(x) = 2x$	_____	_____
d. $k(x) = 3x + 3$	_____	_____
e. $p(x) = 2,5x$	_____	_____

2. Determina la pendiente de cada una de las funciones lineales o afines del ejercicio anterior.

$f(x) = 8x \rightarrow k = 8$

- a. _____ c. _____ e. _____
 b. _____ d. _____

3. Considera la información dada y determina la regla de formación de cada uno de los siguientes modelos afines.

$f(1) = 2; f(2) = 5 \rightarrow (1, 2)$ y $(2, 5)$
 $m = \frac{5-2}{2-1} = 3; 5 = 3 \cdot 2 + n \rightarrow n = -1$
 $f(x) = 3x - 1$

- a. $g(-2) = 4$ $g(1) = 1 \rightarrow$ _____
 b. $h(1) = -2$ $h(4) = 2 \rightarrow$ _____
 c. $j(-3) = 1$ $j(1) = -3 \rightarrow$ _____
 d. $k(-1) = -2$ $k(3) = -1 \rightarrow$ _____

4. Evalúa cada función afín con los valores dados.

$f(x) = -3x + 4, f(2) = -3 \cdot 2 + 4 = -6 + 4 = -2$

- a. $g(x) = 8x - 4; g(-1) =$ _____
 b. $h(x) = -4x - 3; h(2) =$ _____
 c. $j(x) = 8 - 3x; j(0) =$ _____
 d. $k(x) = 3 - x; k(5) =$ _____

Aplica

5. Encuentra la función afín que describe cada una de estas situaciones y determina su pendiente.

- a. En su banco, Julio pagó \$ 62 000 para comprar 100 dólares, además de \$ 325 lo que cobra el banco por cada operación de este tipo.

Función: _____
 Pendiente: _____

- b. Daniel tiene una cuerda que mide 30 cm. Utilizándola completamente forma distintos rectángulos si varía el largo x y el ancho y .

Función: _____
 Pendiente: _____

- c. La última cuenta del agua que recibió Marisa indicaba: cargo fijo = \$ 3200, consumo = \$ 12 800 por 32 m³ cúbicos de agua.

Función: _____
 Pendiente: _____

- d. Juan quiere preparar tallarines y para eso pone agua a hervir. La temperatura inicial del agua es 12 °C y aumenta a razón de 6 °C por minuto.

Función: _____
 Pendiente: _____

- e. Un estanque de agua contiene 4500 litros pero, debido a una filtración, pierde 25 litros por hora.

Función: _____
 Pendiente: _____

- f. Una pizzería ofrece la siguiente promoción: se paga un derecho a mesa de \$ 2000 y luego solo \$ 250 por cada pedazo de cualquier tipo de pizza.

Función: _____
 Pendiente: _____

- g. Laura tiene una deuda de \$ 80 000 y desea pagar \$ 12 000 mensualmente.

Función: _____
 Pendiente: _____

6. Resuelve los siguientes problemas.

- a. En el almuerzo, Camila consume 4 g de grasa de una porción carne además de otro producto que indica que contiene 5 g de grasa por cada 130 g. ¿Cuántos gramos de grasa consume Camila si ingiere x gramos del producto?
- R: _____
- b. Un estanque contenía 28 litros de agua cuando, a las 6:00 de la mañana, comenzó a llover en forma constante y cayeron 5 mm por hora.
- Determina la función de precipitación por hora $P(h)$.
- R: _____
- ¿Qué cantidad de agua había caído a las 13:00?
- R: _____
- ¿A qué hora habían precipitado 45 mm?
- R: _____
- c. A Gonzalo le regalaron una planta que medía 1 cm, desde entonces ha llevado un registro del crecimiento de la planta, de esa forma sabe que luego de la quinta semana su altura es de 4 cm y a la décima semana es 6 cm.
- Determina la función que relaciona la altura H de la planta con el tiempo t en semanas, sabiendo que el crecimiento es constante.
- R: _____
- ¿Cuánto tiempo que debe transcurrir para que la planta alcance los 8 cm?
- R: _____
- Si se mantiene el crecimiento de la misma forma, ¿qué altura tendrá la planta luego de 20 semanas?
- R: _____
- d. Un transportista cobra \$ 500 fijos por viaje más \$ 120 por kilómetro recorrido.
- ¿Cuál es la función que modela el costo (C) de viajar x kilómetros?
- R: _____
- ¿Cuánto cuesta un viaje de 120 km?
- R: _____
- Si por un viaje se pagaron \$ 29 300, ¿cuántos kilómetros se recorrieron?
- R: _____

- e. El volumen de un cubo de hielo expuesto al sol disminuye de tal forma que se puede modelar utilizando una función afín. Tras 5 min de expuesto, el volumen es de 12 cc y a los 10 min es 8 cc.
- Determina la función afín que relaciona el volumen (V) y el tiempo de exposición (t).
- R: _____
- Calcula el volumen inicial del cubo de hielo.
- R: _____
- ¿Cuál será el volumen del cubo a los 9 minutos?
- R: _____
- ¿Cuánto tiempo tardará el cubo de hielo en derretirse por completo?
- R: _____
- f. Al comenzar un viaje, un automóvil contiene 30 litros de bencina y se sabe que gasta 4 litros cada 48 km recorridos.
- Determina la función afín que relaciona los litros de bencina que contiene el estanque del automóvil y los kilómetros recorridos.
- R: _____
- ¿Después de recorrer cuántos kilómetros el automóvil queda sin bencina?
- R: _____

Desafío

Un hormiguero tiene inicialmente 2000 individuos. Para proteger sus plantas, Carla aplica un insecticida que elimina, en promedio, 72 hormigas por día.

Define una función $N(t)$, donde N es la cantidad de hormigas y t el número de días desde que se aplicó el insecticida.

R: _____

¿Después de cuántos días la población de hormigas se acerca lo más posible a cero individuos?

R: _____

¿Cuál es el número mínimo de hormigas vivas que describe este modelo?

R: _____

¿Cómo interpretar los parámetros de una función afín?

» Propósito

Describir y caracterizar la función afín.

- En una función afín $y = mx + n$ (con $n \neq 0$), las variables no están relacionadas en forma directamente proporcional, pero sí lo está el incremento funcional y el incremento de la variable. Es decir, para dos valores de x y los correspondientes valores de y , se tiene:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{Constante}$$

- La constante de proporcionalidad corresponde al coeficiente a de la función $y = mx + n$, y se le llama pendiente. Si $m > 0$, se trata de una función creciente; mientras que si $m < 0$, la función es decreciente.

Practicemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Calcula la pendiente de cada función.

$$f(-3) = 4 \text{ y } f(6) = 2$$

$$\frac{2 - 4}{6 - (-3)} = \frac{-2}{9} = m$$

- a. $f(-3) = -4$ y $f(3) = 2 \rightarrow m = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $f(-4) = 2$ y $f(3) = 2 \rightarrow m = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. $f(1) = 4$ y $f(2) = -3 \rightarrow m = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. $f(0) = 4$ y $f(2) = -4 \rightarrow m = \underline{\hspace{2cm}}$
- e. $f(-2) = -1$ y $f(1) = 2 \rightarrow m = \underline{\hspace{2cm}}$
- f. $f(-1) = -3$ y $f(-3) = -5 \rightarrow m = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Dada una función afín, $f(x) = mx + n$, encuentra el valor de n con la información dada.

$$f(x) = 2x + n \text{ y } f(3) = 5$$

$$5 = 2 \cdot 3 + n \rightarrow n = -1$$

- a. $f(x) = -x + b$ y $f(1) = -4 \rightarrow n = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $f(x) = 4x + b$ y $f(-1) = 2 \rightarrow n = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. $f(x) = -2x + b$ y $f(8) = -4 \rightarrow n = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. $f(x) = 2x + b$ y $f(-3) = 5 \rightarrow n = \underline{\hspace{2cm}}$
- e. $f(x) = -3x + b$ y $f(2) = -4 \rightarrow n = \underline{\hspace{2cm}}$
- f. $f(x) = 4x + b$ y $f(4) = 11 \rightarrow n = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Evalúa la pendiente de cada función y únala con el concepto que corresponda.

$$f(x) = -2x + 3$$

- a. $g(x) = 2x - 6$
- b. $h(x) = 3x + 2$
- c. $j(x) = -5x - 5$
- d. $k(x) = -x + 4$
- e. $m(x) = -0,5x + 3$

Creciente

Decreciente

Aplica

4. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Las funciones que describen el movimiento de dos buses son $f(x) = 62x + 20$ y $g(x) = 53x + 35$. Si necesitas llegar lo más rápido posible a tu destino, ¿cuál de estos buses tomarías? Justifica tu respuesta.

R: _____

- b. El comportamiento del precio de las acciones de la empresa A, diariamente en las últimas semanas, es $A(t) = 240 - 18t$. Por otra parte la de la empresa B es $B(t) = 18t + 240$. Si quisieras ganar dinero, ¿en cuál empresa invertirías? Justifica tu respuesta.

R: _____

- c. Cierta día un termómetro aumenta 3°C por hora. Si la medición comenzó a las 5:00 y a las 10:00 se registraron 15°C , ¿cuánto marcaba el termómetro al inicio de la medición?

R: _____

- d. La compañía de alquiler de autos A cobra \$12 000 al momento de arrendar y \$350 por cada kilómetro recorrido. Si la compañía B cobra el mismo cargo fijo que A pero quiere competir con esta, ¿qué podría hacer? Justifica tu respuesta.

R: _____

¿Cómo analizar y graficar una función afín?

» Propósito

Analizar y graficar la función afín.

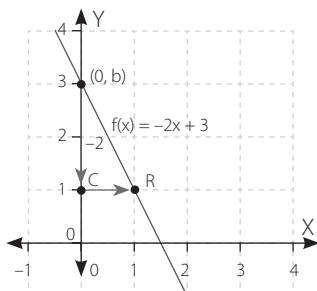
- La gráfica de una función afín $y = mx + n$ es una recta.
- En la función, el coeficiente "m" corresponde a la pendiente de la recta. Según su valor podemos distinguir los siguientes casos:
 - $m > 0$: la recta es creciente, es decir, "sube" de izquierda a derecha.
 - $m < 0$: la recta es decreciente, es decir, "baja" de izquierda a derecha.
 Mientras mayor sea su valor absoluto, mayor será la inclinación de la recta respecto del eje X.
- En la función, el coeficiente n se llama coeficiente de posición e indica la ordenada del punto de intersección de la recta con el eje Y. Es decir, la recta se interseca con este eje en el punto (0, n).

Practicemos lo aprendido

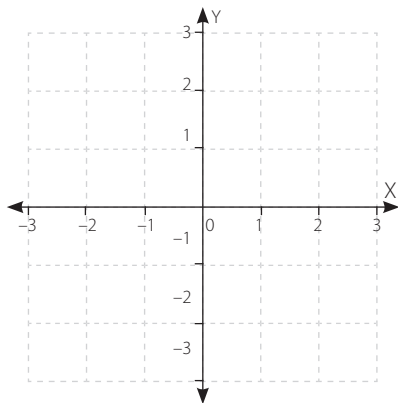
Práctica guiada

1. Representa gráficamente cada función según la regla de formación dada en el plano cartesiano.

$f(x) = -2x + 3$



- | | |
|-------------------------------|---------------------|
| a. $p(x) = \frac{-2}{3}x + 2$ | d. $u(x) = 4x - 2$ |
| b. $q(x) = \frac{4}{5}x + 3$ | e. $s(x) = -3x - 1$ |
| c. $r(x) = 3x + 4$ | f. $t(x) = -2x - 2$ |

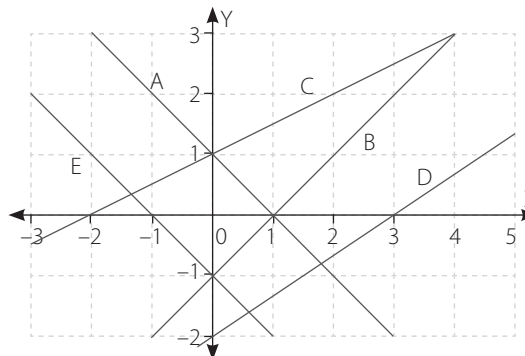


2. Clasifica las funciones anteriores según su pendiente (creciente o decreciente).

- | | | |
|----------|----------|----------|
| a. _____ | c. _____ | e. _____ |
| b. _____ | d. _____ | f. _____ |

Aplica

3. Relaciona cada función afín con la gráfica que le corresponda, escribiendo la letra que identifica.



- | | |
|--|--|
| a. $f(x) = -x + 1 \rightarrow$ _____ | d. $i(x) = \frac{2}{3}x - 2 \rightarrow$ _____ |
| b. $j(x) = -x - 1 \rightarrow$ _____ | e. $g(x) = x - 1 \rightarrow$ _____ |
| c. $h(x) = \frac{1}{2}x + 1 \rightarrow$ _____ | |

4. Completa la tabla con la regla de formación de cada función.

	x	y	Función
a.	-2	8	
	2	4	
b.	-1	2	
	3	5	
c.	2	3	
	7	-1	
d.	4	-3	
	-1	-1	

5. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Los vértices de un triángulo son $P(-4, 6)$, $Q(5, 6)$ y $R(-4, -2)$. Encuentra la pendiente de la función afín cuyo gráfico contiene el lado QR del triángulo.

R: _____

- b. Determina la función afín cuyo gráfico es la recta que pasa por los puntos $(4, 6)$ y $(0, 4)$.

R: _____

- Si el punto $(-3, y)$ también pertenece al mismo gráfico, encuentre el valor de y .

R: _____

- c. Encuentra la función afín cuya gráfica contiene todos los puntos en que la abscisa y la ordenada suman 10.

R: _____

- d. Las tres compañías de telefonía de una localidad cobran un cargo fijo más otra cantidad por cada minuto hablado. Los modelos de cobro de cada una de ellas responden a una función afín.

Si todas ellas tienen el mismo cargo fijo "b", pero distinta cantidad por minuto hablado, ¿cómo serían sus gráficos? Explica tu respuesta.

R: _____

- Si ahora cobraran lo mismo por cada minuto hablado pero distinto cargo fijo, ¿cómo serían sus gráficos? Explica tu respuesta.

R: _____

- e. El dueño de una mueblería A paga a los carpinteros un sueldo base de \$ 300 000 más \$ 5500 por cada mueble terminado. Por otra parte, en la mueblería B el dueño paga un sueldo base de \$ 400 000 pero \$ 4000 por cada mueble terminado.

- ¿Se puede afirmar que en A o en B se paga más o menos que en la otra? Justifica tu respuesta.

R: _____

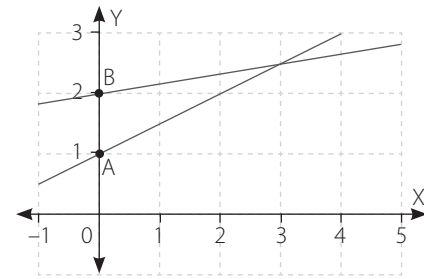
- ¿De qué depende el sueldo de una persona que trabaja en A o en B?

R: _____

- ¿Qué harías para determinar en qué mueblería es mejor trabajar si te interesa un mayor sueldo?

R: _____

- f. En el eje x del gráfico se ubicaron las horas que dura el mismo viaje de los buses A y B. En el eje Y , las distancias recorridas en cientos de kilómetros.



- Analizando los gráficos, ¿qué característica del viaje se debe considerar para decidir qué bus tomar? Justifica tu respuesta.

R: _____

- ¿Qué interpretación se puede dar a los puntos que intersectan el eje Y ?

R: _____

Desafío

Al dueño de un local comercial le pagarán \$ 30 000 más el 15 % de lo que se recaude mensualmente, por instalar una caja receptora de pago de cuentas.

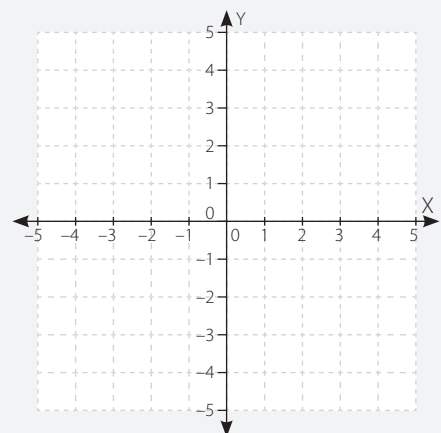
¿Cuánto dinero recibirá si recauda \$ 5 000 000?

R: _____

¿Qué función afín representa esta situación?

R: _____

En el plano cartesiano, grafica la función y marca el punto que considera una recaudación de \$ 80 000.



¿Cómo modelar situaciones usando las funciones afín o lineal?

» Propósito

Modelar situaciones usando las funciones afín y lineal.

- Las funciones lineal y afín permiten modelar diferentes situaciones de diversos ámbitos. La pendiente de la función indica el crecimiento o decrecimiento de la variable dependiente, mientras que el coeficiente de posición está asociado al valor inicial de ella.
- Se pueden determinar los valores sucesivos de una función lineal utilizando la fórmula recursiva: $f(x + 1) = f(x) + m$. Donde m corresponde a la pendiente de la función.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Para teñir lana, Andrés parte con 1 cc de tinte negro y luego va añadiendo 3 cc de tinte negro por cada 2 cc de tinte blanco, para producir el mismo gris.

Define la función que relaciona la cantidad de cada tintura para obtener el color gris deseado.

Solución: variable independiente, tinte blanco, x , en el eje X. Variable dependiente, tinte negro, y , en el eje Y.

Objetivo: definir una expresión $y = mx + n$.

- "...parte con 1 cc de tinte negro..." , el valor de n es 1, luego el punto $(0, 1)$ es la intersección del eje Y.
- "...3 cc de tinte negro por cada 2 cc de tinte blanco..." , la pendiente es: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{2}$
- La fórmula que describe la mezcla es: $y = \frac{3}{2}x + 1$

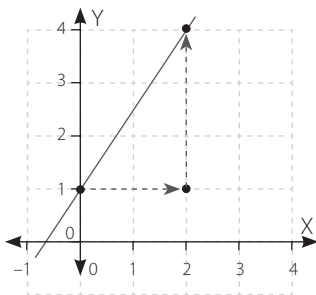
¿Cuánto tinte blanco se necesita si Andrés pone 7 cc de pintura negra?

Solución: $y = \frac{3}{2}x + 1$

Se necesitan 4 cc de pintura blanca.

¿Cuál es la gráfica de la función?

Solución:



Resuelve los problemas de la sección Aplica siguiendo los pasos mostrados en esta sección.

Aplica

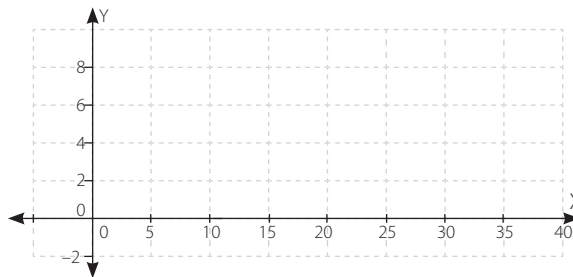
2. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Un profesor confeccionó una prueba de matemática que tiene un total de 40 puntos. A los 0 puntos se le asignará la nota 1 y al 60% de los puntos la nota 4.

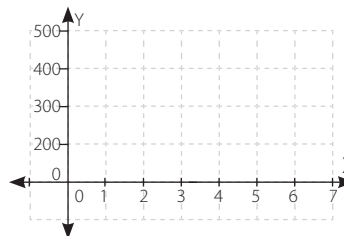
¿Qué función relaciona el puntaje (p) con la nota (n)?

R: _____

El profesor quiere tener un gráfico con la escala de notas para calificar sus pruebas. Realiza el gráfico para él.



- b. Un bus sale a la 1:00 de la mañana de Puerto Montt al norte a las 2:00 parte otro en la misma dirección. A las 6:00 ambos buses entran simultáneamente a Temuco, a 360 km del punto de partida. Grafica la situación de ambos buses.



¿Cuál es la rapidez media con que van los buses para cumplir con las condiciones del problema?

R: _____

- c. Una artesana ha determinado que la función que describe la ganancia de su negocio es:
 $g(x) = 155x - 10800$.

- ¿Cuál es el significado de los parámetros en el contexto del problema?

R: _____

- ¿Qué condición se debe cumplir para que la artesana no tenga ganancia ni pérdida?

R: _____

- d. Para preparar un desinfectante a base de cloro, se deben poner 250 cc de cloro por cada 500 cc de agua. ¿Cuál es la expresión que permitiría calcular la cantidad de cloro para cualquier cantidad de agua que quisiera usarse?

R: _____

- e. Se sabe que 20°C equivalen a 60°F y 0°C a 32°F . Escribe una fórmula para convertir de grados Celsius ($^\circ\text{C}$) a grados Fahrenheit ($^\circ\text{F}$).

R: _____

Escribe una fórmula para convertir de grados Fahrenheit a grados Celsius.

R: _____

- f. En un lago, por el cambio de la temperatura del agua y la disminución del alimento, la población de peces ha ido disminuyendo según la función $n(t) = 700 - 0,2t$; donde n es el número de peces y t es el tiempo en meses. Si las condiciones no cambian, ¿en cuántos meses desaparecerán los peces del lago?

R: _____

- g. Un objeto de 35 kg en la Tierra, en Mercurio tendría una masa de aproximadamente 13 kg. ¿Cuál sería la función lineal que relaciona la masa de un objeto bajo la fuerza de gravedad de la Tierra con la de Mercurio?

R: _____

- h. El supermercado El Rápido decidió subir todos los precios un 5%. Si un producto costaba $\$x$, ¿cuál sería su precio después del aumento?

R: _____

- i. En el auto de Cecilia, la bencina rinde 10 kilómetros por litro. Ella decide comenzar un viaje con el estanque a media capacidad, es decir con 25 litros

- ¿Cuál es la función afín que describe la relación del gasto de bencina del auto de Cecilia durante su viaje?

R: _____

- ¿Después de cuántos kilómetros Cecilia deberá parar a comprar combustible?

R: _____

- j. Para invitar a un concierto a sus amigos, Pablo tiene dos posibilidades:

A: Hacerse socio del club organizador del concierto por un valor de $\$18000$ y comprar las entradas a $\$7000$ cada una.

B: Comprar cada entrada a $\$10000$.

- Si n es el número de invitados de Pablo, obtén, en función de n , el precio a pagar en los dos casos.

R: _____

- Finalmente, Pablo va al concierto con 7 invitados. ¿Qué opción debía elegir para pagar menos?

R: _____

Desafío

Un artesano debe entregar sus productos en un radio de 350 km alrededor de su casa. Recibe las ofertas de dos transportistas, cada una con las siguientes condiciones:

Transportista A: $\$600$ por km.

Transportista B: $\$450$ de cargo fijo y $\$500$ por km.

Dibuja en un mismo plano cartesiano las gráficas de coste para x km en los dos casos.

¿Qué transportista es más barato para un trayecto de 20 km?

R: _____

¿En qué caso cobran lo mismo?

R: _____

Desafíos de integración

1. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Juan recorre en su bicicleta 20 km en 2 horas con una rapidez constante de 10 km/h. ¿Cuántos kilómetros recorre en 5 horas?
R: _____
- b. María compró 4 kg de papas en una verdulería y pagó \$ 3600. Si comprara 12 kg, ¿cuánto dinero debería pagar?
R: _____
- c. Una tubería está perdiendo 1,25 litros de agua por hora. ¿Cuánta agua perderá en una semana?
R: _____
- d. Una persona que bucea en el mar desciende 4 m cada 3 segundos a rapidez constante. ¿Cuál es la función lineal que relaciona la profundidad $P(t)$ con el tiempo t que desciende la persona?
R: _____
- e. La función de ingresos, en miles de pesos, de una tienda está dada por $I(x) = 35x$ donde x representa la cantidad de artículos vendidos e $I(x)$ representa los ingresos por x artículos vendidos.
- ¿Cuál es el ingreso al vender 100 unidades del artículo?
R: _____
 - ¿Qué cantidad de artículos se necesita vender para que el ingreso sea de \$ 525 000?
R: _____
- f. Si el precio de 3 chocolates es \$ 6000, ¿cuál es la función lineal que permite calcular el costo $C(x)$ de una cantidad x de chocolates?
R: _____
- g. La entrada a un parque de diversiones tiene un valor de \$ 5000 y subirse a cada juego tiene un costo adicional de \$ 750.
- ¿Qué función afín modela el costo C al visitar el parque y subirse a una cantidad de x juegos?
R: _____
 - ¿Cuánto pagaría una persona que visita el parque y se sube a 9 juegos?
R: _____
- h. En la función afín $y = mx + n$, se tiene que cuando $x = 0$ entonces $y = 3$ y cuando $x = 1$, entonces $y = 4$. ¿Cuál es el valor de m y n ?
R: _____
- i. En algunos países anglosajones se utiliza el galón como medida de capacidad. Aproximadamente, 1 galón equivale a 3,8 litros.
- Escribe una fórmula que transforme galones en litros.
R: _____
 - Escribe una fórmula que transforme litros a galones.
R: _____
- j. Un estacionamiento cobra \$ 1200 como cargo fijo más una cierta cantidad por minuto que permanezca el automóvil. Marisa deja su automóvil por 45 minutos y debe pagar \$ 3450, mientras que Héctor lo deja 60 minutos y debe pagar \$ 4200. ¿Cuánto debe pagar José si deja su automóvil durante una hora y media?
R: _____
- k. Luis trabaja lavando autos, en el estacionamiento de un centro comercial. El cobra \$ 2500 por el lavado básico pero debe pagar \$ 18 000 mensual a la compañía que le arrienda los implementos que utiliza para su trabajo. En Febrero trabajó 5 días a la semana y ganó \$ 232 000. En promedio, ¿cuántos autos lavó diariamente ese mes?
R: _____
- l. Hoy día el precio de un cierto automóvil nuevo es \$ 8 000 000, pero se devalúa \$ 250 000 anualmente. ¿Cuál será su precio en n años más?
R: _____
- m. El precio del viaje en un bus interurbano depende de los kilómetros recorridos y un cargo fijo. Por un trayecto de 120 km tiene un precio de \$ 4000 y por uno de 230 km, el precio es \$ 7500. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de un viaje sabiendo la cantidad de kilómetros?
R: _____

Estrategia: Usar modelos matemáticos

Un modelo matemático básicamente expresa relaciones entre variables. En general se utiliza cuando se quiere describir una situación en el pasado o predecir cómo será en el futuro.

Recuerda que el elemento principal de cualquier resolución de problemas es el razonamiento, que se aplica al reconocer y discriminar la información y, al diseñar o elegir una estrategia determinada.

1 Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

- a. Gladys trabaja en una casa de cambios. Cada mañana ella averigua el precio de las divisas y define un modelo para poder calcular el precio de cualquier cantidad de esa divisa. Si hoy 1 euro vale \$ 678, ¿cuál es el modelo que debe utilizar?

R: _____

- b. En el supermercado se vende un concentrado de frutas para hacer jugo. Las indicaciones del envase dicen que se debe agregar dos envases de agua por cada envase de concentrado. Si se utilizan c envases de concentrado, ¿cuántos envases de agua deben agregarse?

R: _____

- c. El valor del envío de una carta por correo varía de acuerdo a su masa. Por cada 10 gramos se cobran \$ 20 más un valor fijo de \$ 50. Si el precio de enviar una carta es \$ 480, ¿cuál es su masa?

R: _____

- d. El perímetro de un triángulo isósceles es 30 cm. Si la base mide x y cada uno de los lados congruentes mide y , escribe una relación entre ellos.

R: _____

- e. En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta que medía 3 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo. En la primera semana se registró que pasó a medir 3,5 cm. Establece una función afín que muestre la altura de la planta en función del tiempo.

R: _____

- f. Inés tiene una fábrica de pantalones y vende cada prenda a \$ 12 000. El costo de producir x pantalones está dado por la función $c(x) = 750x + 1\,500\,000$.

¿Cuál es la función que permite calcular la ganancia por x pantalones?

R: _____

¿Cuántos pantalones debe vender para tener una ganancia de \$ 1 000 000?

R: _____

- g. El precio de un computador nuevo es de \$ 450 000 pero su valor baja un 20% por cada año que pasa.

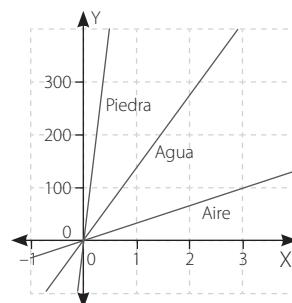
¿Cuál es su valor después de x años?

R: _____

Si se quiere vender el computador cuando al menos valga la mitad de su precio original, ¿pasado cuánto tiempo se debe vender?

R: _____

- h. El gráfico muestra la rapidez (m/s) del sonido en distintos medios. Escribe una conclusión sobre el gráfico.



R: _____

2 Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

a. Hay tres ciudades M, N y P. Un empresario que viaja en avión, cuando va de M hacia N tiene que atrasar su reloj 2 horas al llegar a N, y cuando va de M hacia P debe adelantarlo 3 horas al llegar a P. Si sale de P hacia N, a las 11 de la noche y el viaje dura 4 horas, ¿qué hora es en N cuando llega?

R: _____

b. Hoy el precio del dólar es \$ 612 y se anuncia que subirá \$ 3 diariamente. Mientras se mantenga esta tendencia, ¿cuál es la función que permitirá calcular el precio del dólar?

R: _____

c. El año que se fundó una escuela se matricularon 350 estudiantes. A partir de entonces la matrícula fue aumentando en 30 estudiantes cada año. ¿Cuál es el modelo que permite calcular el número de matrícula por año?

R: _____

d. Tres kilogramos de peras nos costaron \$ 3000 y, por siete kilogramos, habríamos pagado \$ 7000. Encuentra la función que nos da el precio total, y, en función de los kilogramos que compremos, x.

R: _____

e. Una receta dice que se necesitan 4 litros de agua. El problema es que se tienen 2 jarras sin graduar, una de 5 litros y otra de 3. ¿Cómo se pueden medir los 4 litros que se necesitan?

R: _____

f. Un tanque de reserva de agua utiliza una bomba neumática para surtirse de un río cercano. Todos los días la bomba sube el nivel del agua 2 m; por la noche, el agua se filtra de regreso al río y el nivel baja 50 cm. ¿Cuál es el nivel máximo alcanzado en el tanque durante el quinto día de llenado?

R: _____

3 Con la información dada, crea problemas que puedan ser resueltos realizando un modelo y utilizando los contenidos de esta sección. Compártelos con tus compañeros.

a. Un objeto de 20 kg en la Tierra tendría 51 kg en Saturno.

Pregunta: _____

Respuesta: _____

b. Hoy día \$ 10 000 pueden comprar 42 libras turcas.

Pregunta: _____

Respuesta: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia que consiste en realizar un modelo

1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?

2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.

3. En el ejercicio 1 a. Gladys utilizó como variable independiente la cantidad de euros. Si lo hubiera hecho al revés, utilizando la cantidad de pesos, ¿cuál habría sido su significado? (Piensa en la pendiente del modelo)

¿Qué aprendí?

1. Representa cada situación con una expresión algebraica.

- a. La mitad de la edad de Gonzalo hace 15 años es igual a la quinta parte de su edad actual.

R: _____

- b. El cociente entre el doble del producto de dos números distintos y un tercer número disminuido en 9.

R: _____

2. Las dimensiones de un terreno rectangular están representadas por $(2p - q)$ y $(12q - p)$ metros.

- a. ¿Cuál es la expresión algebraica reducida que define el perímetro del terreno?

R: _____

- b. ¿Cuál es el área del terreno?

R: _____

3. Se tiene un cuadrado de lado $(x + 5)$ cm y un rectángulo de ancho $(2x + 3)$ cm y de largo $(3x + 1)$ cm.

- a. ¿Cuál es la expresión que representa la suma de las áreas de ambas figuras?

R: _____

- b. Si el lado del cuadrado aumenta en $(x + 1)$ cm, ¿cuál es su nueva área?

R: _____

- c. Si el largo del rectángulo aumenta en $(2x + 1)$ cm y su ancho disminuye x cm, ¿cuál es el área de la nueva figura?

R: _____

4. Factoriza las siguientes expresiones.

- a. $25 + 10w + w^2$

R: _____

- b. $24p^2q + 16pq^2 - 12pq$

R: _____

- c. $30t^5b^8c^7 - 60t^7b^4c^6 - 48t^9b^5c^4 - 18t^4b^6c^7$

R: _____

5. Resuelve los problemas planteando una ecuación que corresponda a cada situación.

- a. El cuádruple de cierto número es igual al doble del mismo aumentado en 86. ¿Cuál es el número?

R: _____

- b. En un circuito programado para tres días, un excursionista recorrió el primer día un cuarto del trayecto y el segundo la mitad de lo que le quedaba. Si el tercer día recorrió 80 km, ¿cuál era la longitud del circuito?

R: _____

- c. La suma de tres números consecutivos es 330. Si el menor de los números es $(a - 9)$, ¿Cuáles son los números?

R: _____

6. Resuelve cada ecuación.

- a. $-(x + 5) = 3 - 5x$

R: _____

- b. $-(2x + 3) - x = 4x - 3(8 - x)$

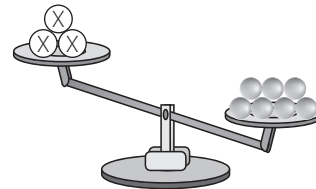
R: _____

- c. $5(x + 1) - 3 = 4x - 9(x + 1)$

R: _____

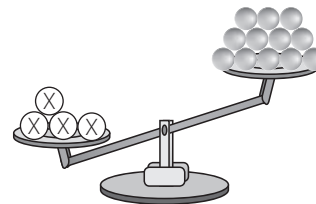
7. Plantea y resuelve una inecuación para cada balanza. Considera que cada \bullet es equivalente a 3 unidades.

a.



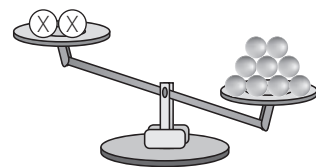
R: _____

b.



R: _____

c.



R: _____

8. Resuelve cada inecuación y expresa el resultado de forma gráfica.

a. $-12x + 13 \geq 8x - 3$



b. $5x - 3 < 2x - 9$



c. $6x + 12 \leq 4x - 2$



d. $2x > x + 1$



9. Resuelve los siguientes problemas

a. Una camioneta puede transportar un máximo de 300 kg. Si dos tercios de la carga total han sido subidos y corresponden a 195 kg, ¿qué inecuación representa la masa de la carga que falta por agregar a la camioneta?

R: _____

b. Se quiere construir un cuadrado que tenga como máximo 60 cm de perímetro. ¿Entre qué valores deberían estar las longitudes de sus lados?

R: _____

c. Los nutricionistas recomiendan que una persona no sedentaria, con contextura y estatura media, debe consumir máximo 2000 calorías diarias. Si Martina ha consumido 1650 calorías, ¿Cuántas calorías más debería comer para no sobrepasar lo recomendado por los nutricionistas?

R: _____

10. Las siguientes funciones describen el costo del kilo de corvina en tres locales del mercado de Ancud.

Local A: $a(x) = 3050x$

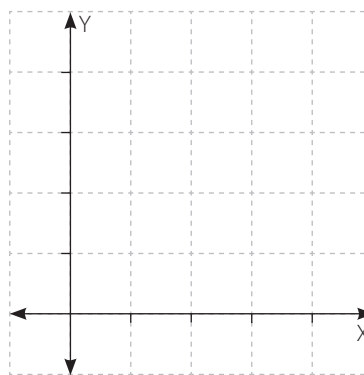
Local B: $b(x) = 2999x$

Local C: $c(x) = 3120x$

a. Completa la tabla con los valores solicitados.

Corvina	Local A	Local B	Local C
0,750 kg			
	\$ 305		
			\$ 10920

b. Grafica en un mismo plano las tres funciones.



11. En un estacionamiento privado del centro de Concepción, se paga un cargo fijo de \$ 320 y \$ 22 el minuto.

a. ¿Cuánto debe pagar un vehículo que permanece 2,5 horas en el estacionamiento?

R: _____

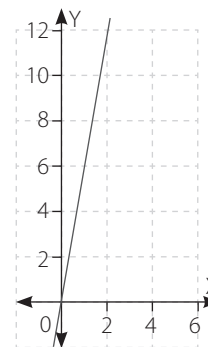
b. Plantea una función que permita calcular el valor que debe cancelar un vehículo que estaciona n minutos.

R: _____

Responde las preguntas 12 y 13 marcando con un círculo la alternativa que consideres correcta.

12. ¿Qué alternativa contiene la función representada en la gráfica?

- A. $f(x) = 6x$
- B. $f(x) = 7x$
- C. $f(x) = 1/6x$
- D. $f(x) = 2x + 12$



13. La tabla muestra los valores asociados a una función afín: ¿Cuál es el valor de $f(3) - f(-4)$?

- A. -14
- B. -1
- C. 1
- D. 14

x	f(x)
0	6
2	10

¿Cómo estimar el volumen de prismas y cilindros?

» Propósito

Estimar el volumen de prismas y cilindros

Para estimar el volumen de un prisma o cilindro, debemos considerar el espacio que ocupa tanto el área de su base como la altura de sus caras.

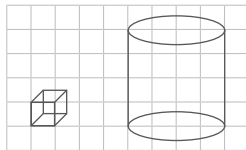
También es posible utilizar un referente, por ejemplo cuántos cubitos pequeños puedo poner en un cubo mayor.

Practiquemos lo aprendido

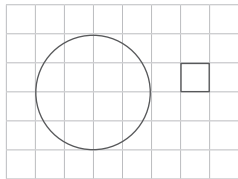
Práctica guiada

1. Resuelve los siguientes problemas siguiendo el modelo del primero.

Mauricio tiene en su pieza un papelerito cilíndrico y quiere saber cuántos cubos de madera, como el de la figura, caben en él.



Paso 1: Mauricio ve cuántas veces cabe una cara del cubo en la tapa del basurero.



Cabe 12 veces.

Paso 2: Ahora Mauricio cuenta cuántas filas de cubos caben en el basurero.

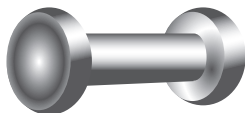
La altura del basurero es igual a 4 veces la altura del cubo.

Paso 3: El número total de cubos que caben en el basurero serán: $12 \cdot 4 = 48$ cubos.

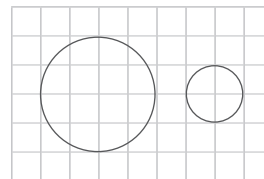
- a. Mauricio tiene un cubo, como en el caso anterior, pero ahora es hueco. Él lo llena con agua y los vacía en el papelerito, aproximadamente, ¿cuántos cubos de agua caben?

R: _____

- b. Daniel hace ejercicios con dos pesas, como la que muestra la figura. Estas pesas están formadas por 3 cilindros llenos de agua.



El largo del cilindro central mide 30 cm y los de los extremos miden 10 cm cada uno. La figura muestra las bases de los cilindros que forman la pesa donde el lado de cada cuadrado es 1 cm. Aproximadamente, ¿cuál es el volumen de cada pesa?



R: _____

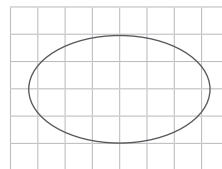
Si se sabe que la masa de un litro de agua es igual a un kilogramo. ¿Cuál es la masa con que Daniel hace ejercicio si usa ambas pesas?

R: _____

Aplica

2. Resuelve los siguientes problemas.

- a. La figura muestra la base de un cuerpo recto de 18 cm de alto. Si el lado de cada cuadrado mide 2 cm, ¿cuál es el volumen aproximado del cuerpo?

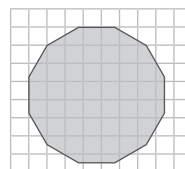


R: _____

- b. Jaime estima que el volumen de una caja es 240 cm^3 . ¿Qué error está cometiendo Jaime?

R: _____

- c. La figura muestra la base de un cuerpo recto de 15 cm de alto. Si el área de cada cuadrado mide 5 cm^2 , ¿cuál es el volumen aproximado del cuerpo?



R: _____

¿Cómo calcular el volumen de prismas y cilindros?

» Propósito

Calcular el volumen de prismas y cilindros

- El volumen es la medida del espacio que ocupa un cuerpo. Se mide en unidades cúbicas como el centímetro cúbico (cm³), el metro cúbico (m³), entre otras.
- El volumen de prismas y cilindros rectos se obtiene a partir del producto entre el área de la cara basal (A_B) y la medida de su altura (h).

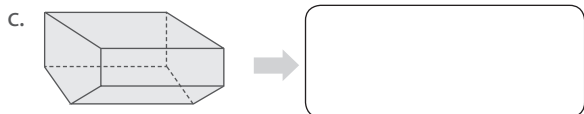
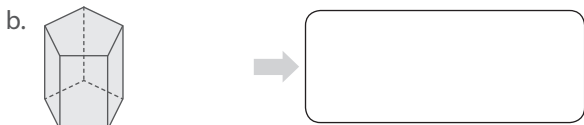
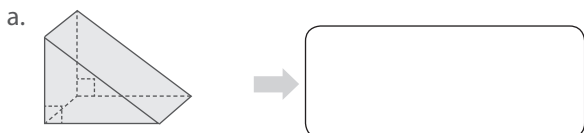
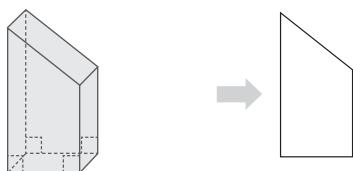
$$V = A_B \cdot h$$

- La base de un cuerpo corresponde a la cara que no varía al hacer cortes transversales paralelos a ella.

Practiquemos lo aprendido

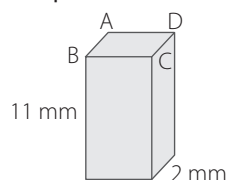
Práctica guiada

1. Para cada cuerpo dado dibuja la cara basal.

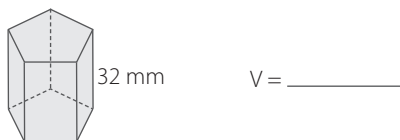


2. Calcula el volumen de cada cuerpo.

ABCD es un cuadrado.
 $V = \text{área basal} \cdot \text{altura}$
 $V = 2^2 \cdot 11$
 $V = 44 \text{ mm}^2$



a. El área del pentágono basal es 40 mm².

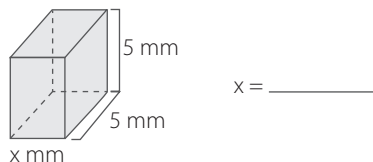


Aplica

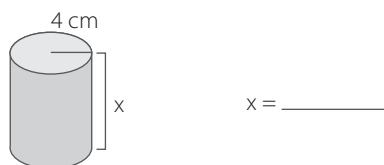
3. Calcula el volumen de cada cilindro.

- Radio 5 cm y altura 20 cm.
 $V = \underline{\hspace{2cm}}$
- Radio 8 cm y altura 8 cm.
 $V = \underline{\hspace{2cm}}$
- Diámetro 12 cm y altura 12 cm.
 $V = \underline{\hspace{2cm}}$
- Área basal $9\pi \text{ cm}^2$ y altura 25 cm.
 $V = \underline{\hspace{2cm}}$
- Radio 4 cm y área lateral $64\pi \text{ cm}^2$.
 $V = \underline{\hspace{2cm}}$
- Radio 3 cm y altura 10 cm.
 $V = \underline{\hspace{2cm}}$

4. Si el volumen del cuerpo es 75 cm³, ¿cuál es el valor de x?



5. Andrés calculó el volumen del cilindro aproximando π a 3 y obtuvo 240 cm³, ¿cuál es la altura del cilindro?



6. Resuelve los siguientes problemas.

a. El área basal de un prisma hexagonal es, aproximadamente, $2,6 \text{ mm}^2$. Sabiendo que el lado del hexágono mide 1 mm y la altura del prisma mide el triple de la arista, ¿cuál es su volumen?

R: _____

b. El área basal de un prisma octogonal es $4,83 \text{ cm}^2$ y su altura mide 10 cm, ¿cuál es el volumen del prisma?

R: _____

c. El volumen de una caja con forma de prisma rectangular es 384 cm^3 . La longitud de la primera arista mide el doble que la segunda, y la tercera mide el triple que la segunda. ¿Cuánto mide cada una de las aristas si se sabe que cada una es un número natural?

R: _____

d. Tres prismas tienen la misma área basal pero diferentes alturas. La suma de los volúmenes de los dos primeros es igual al del tercero. ¿Qué relación existe entre las alturas de los prismas?

R: _____

e. La base de un prisma recto es un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 24 m y 10 m. Si su volumen es 1920 m^3 , ¿cuál es su área?

R: _____

f. Un contenedor tiene forma de prisma rectangular. Medido desde afuera, sus paredes miden 30 cm de largo, 50 cm de ancho y 20 cm de alto. Si la pared del contenedor tiene un grosor de 2 cm, ¿cuál es su capacidad?

R: _____

g. El volumen de un cilindro es $128\pi \text{ cm}^3$. Calcula el radio y la altura, considerando que el radio es la mitad de la altura.

R: _____

h. Calcula el volumen que queda entre dos cilindros centrados de altura 8 cm y radios 5 cm y 2 cm, respectivamente.

R: _____

i. Si una piscina tiene una capacidad máxima de $15,3 \text{ m}^3$ de agua, ¿con cuántos litros de agua se llena?

R: _____

j. Si la altura de un cilindro disminuye a la mitad, ¿qué debe ocurrir con el radio para que el volumen se mantenga constante?

R: _____

k. Un vaso puede contener 200 cm^3 de líquido. ¿Cuántas veces se puede llenar dicho vaso con dos botellas de 1,25 litros?

R: _____

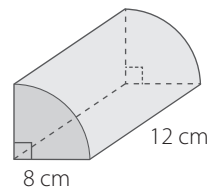
l. Si las aristas basales de un prisma recto de base cuadrada disminuyen a la mitad, ¿cómo varía el volumen?

R: _____

m. Una pieza metálica está formada por dos cilindros de 4 cm de altura cada uno. Si el radio de uno es 12 mm y del otro es 7 mm, ¿cuál es el volumen de la pieza?

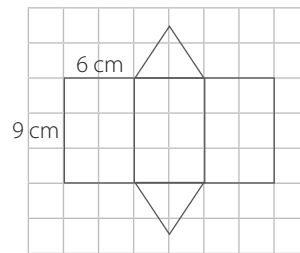
R: _____

n. El siguiente cuerpo es parte de un cilindro. ¿Cuál es su volumen?



R: _____

ñ. La figura muestra la red de un prisma formada por tres rectángulos congruentes y dos triángulos equiláteros. ¿Cuál es su volumen?



R: _____

o. La capacidad de tus pulmones es aproximadamente igual al volumen de una caja de 30,5 cm por 20,3 cm por 12,7 cm. ¿Cuál es la capacidad total de tus pulmones?

R: _____

Desafío

Un recipiente de base cuadrada de lado 11 cm tiene una altura de 15 cm. Se le agrega agua hasta 4 cm del borde, y luego se arroja dentro de él un prisma sólido de base rectangular. Si las aristas de dicho prisma miden x cm, $(x + 1)$ cm y $(x + 2)$ cm, donde x es un número natural, ¿cuál es el mayor valor de x para que así el agua no rebalse?

R: _____

¿Cómo estimar el área de prismas y cilindros?

» Propósito

Estimar el área de prismas y cilindros

Para estimar el área de un prisma o de un cilindro, se identifican sus redes y se calcula el área de cada figura que la forma. Luego, se suman estas áreas.

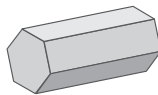
- En el caso de un prisma se calculan las áreas de los rectángulos correspondientes a las caras laterales y las bases.
- En el caso de un cilindro se calculan las áreas de las bases y del manto que tiene la forma de un rectángulo.

Practiquemos lo aprendido

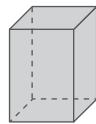
Práctica guiada

1. En cada caso indica a qué figura corresponden las caras del cuerpo y cuántas de ellas posee .

2 hexágonos (las bases) y 6 rectángulos (caras laterales).



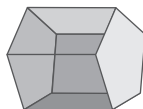
a. _____



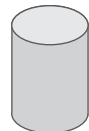
b. _____



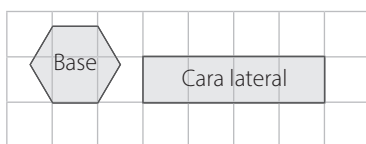
c. _____



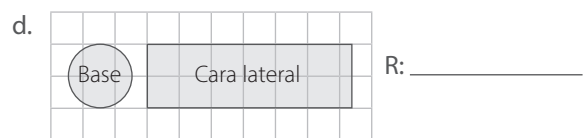
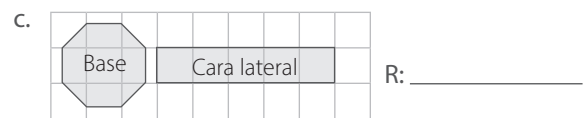
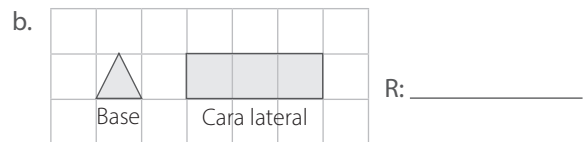
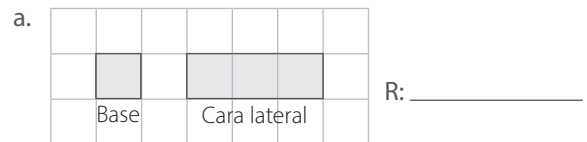
d. _____



2. Cada figura muestra las caras de un cuerpo. Aproximadamente, ¿cuántos cuadrados lo cubrirían completamente?

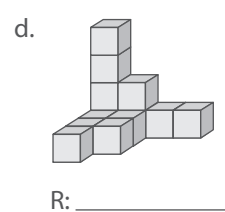
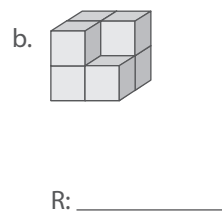
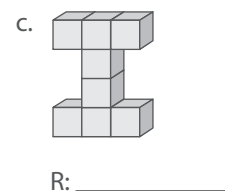
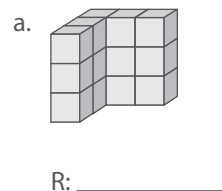


Caras basales: $2 \cdot 2,5 = 5$ cuadrados
Caras laterales: $6 \cdot 4 = 24$ cuadrados
Área Total: $5 + 24 = 29$ cuadrados



Aplica

3. Los siguientes cuerpos están formados por cubos. El área de cada cara del cubo mide 4 cm^2 . Calcula el área total de cada cuerpo.



¿Cómo calcular el área de prismas y cilindros?

» Propósito

Calcular el área de prismas y cilindros.

- Para calcular el área de la superficie de un prisma se deben sumar las áreas de cada una de sus caras laterales (A_L) y basales (A_B): $A = A_L + A_B$
- Para calcular el área de la superficie de un cilindro se calcula el área lateral (A_L), que es un rectángulo cuyos lados coinciden con la altura (h) del cilindro y el perímetro de su base circular ($2\pi r$). Luego, se calcula el área de sus bases (A_B), que son dos círculos, y posteriormente se suman ambas áreas como se muestra a continuación:

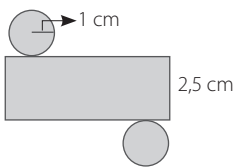
$$A = A_L + A_B$$

$$A = (2\pi rh) + (2\pi r^2)$$

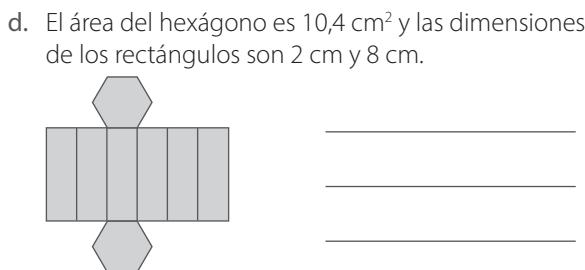
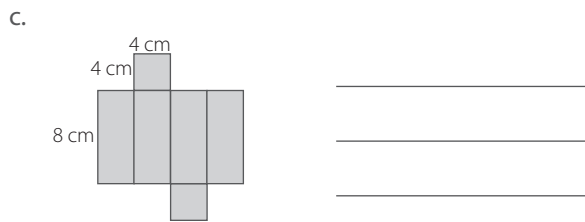
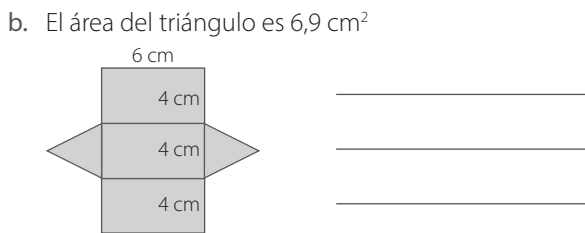
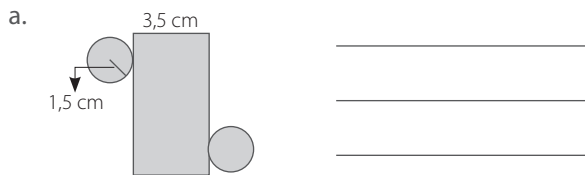
Practicemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Calcula, utilizando la información dada, el área de cada uno de los prismas.



Área de los círculos:
 $2 \cdot \pi \cdot 1^2 \approx 6,28 \text{ cm}^2$
 Área del rectángulo:
 $2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 2,5 \approx 15,7 \text{ cm}^2$
 Área total $\approx 21,98 \text{ cm}^2$



Aplica

2. Determina el área total de cada poliedro cuya base es un triángulo rectángulo.

- Los lados del triángulo miden 3 cm, 4 cm y 5 cm y la altura 9 cm.
R: _____
- Los lados del triángulo miden 5 cm, 12 cm y 13 cm y la altura 7 cm.
R: _____
- Los lados del triángulo miden 3 cm, 2 cm y 3,6 cm y la altura 4 cm.
R: _____
- Los lados del triángulo miden 8 cm, 12 cm y 14,4 cm y la altura 21 cm.
R: _____

3. Calcula el área total de cada cilindro, usando la información dada.

- El radio basal mide 3 cm y la altura 10 cm.
R: _____
- El diámetro basal mide 16 cm y la altura mide 12 cm.
R: _____
- El radio basal es de 5 cm y la altura mide 18 cm.
R: _____
- El diámetro basal mide 2,6 cm y la altura mide 3,2 cm.
R: _____

4. Resuelve los siguientes problemas

- a. Una caja de chocolates tiene forma de prisma recto de base triangular. La base es un triángulo equilátero de lado 3 cm y la longitud de la caja es de 20 cm. ¿Cuál es el área de la superficie de la caja?

R: _____

- b. Un cubo tiene un área total de 150 cm^2 . ¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado?

R: _____

- c. Los lados de un prisma recto de base rectangular están en razón $1 : 2 : 3$. Si el área total del prisma es 88 m^2 , ¿cuál es la longitud de cada uno de sus lados?

R: _____

- d. Si la altura de un prisma se duplica, ¿qué sucede con su área lateral?

R: _____

- e. Si el radio de un cilindro se reduce a la mitad, ¿qué sucede con su área basal?

R: _____

- f. ¿Qué condiciones deben cumplir la altura y el radio de un cilindro para que el área lateral sea igual al área basal?

R: _____

- g. Calcula el área lateral de un cilindro de radio 1 cm y altura 0,5 cm.

R: _____

- h. Para disminuir el área total de un cilindro, Pedro propone disminuir la altura en 2 unidades, mientras que Matilde propone disminuir el radio en 2 unidades. ¿Con cuál de las propuestas disminuye más el área total del cilindro?

R: _____

- i. Un contenedor sin tapa está fabricado con cemento y tiene forma de prisma rectangular. Medido desde afuera, sus paredes tienen 30 cm de largo, 50 cm de ancho y 20 cm de alto. ¿Cuál es su área total?

R: _____

- j. Una botella cilíndrica tiene una capacidad máxima de $4\,578 \text{ cm}^3$. ¿Cuántos litros de bebida puede contener como máximo?

R: _____

- k. Una familia utilizó $15,3 \text{ m}^3$ de agua, ¿cuántos litros de agua utilizaron?

R: _____

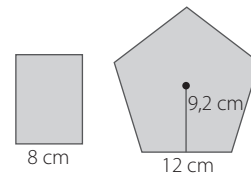
- l. Una caja tiene 1 m de largo y los lados de su base rectangular mide 50 cm y 800 mm. ¿Cuál es la cantidad mínima de papel que para forrarla?

R: _____

- m. Se construye un prisma de base rectangular de lados 5 cm y 6 cm y altura 10 cm. Con la misma cantidad de cartulina se forma un cubo. ¿Entre qué números enteros se encuentra la medida de la arista del cubo?

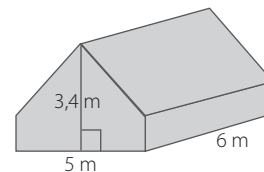
R: _____

- n. Las caras de una caja se muestran en la figura, ¿cuál es la cantidad mínima de cartulina para construirla?



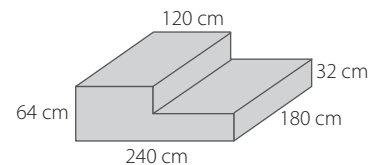
R: _____

- ñ. Un hospital de campaña, hecho de lona, tiene las dimensiones que muestra la figura. Si el suelo del hospital también es de lona, ¿qué cantidad mínima de este material se necesita para hacerlo?



R: _____

- o. Para calcular la pintura necesaria para pintar la tarima de la figura, don Julio debe calcular el área total. Resuelve tú el problema.



R: _____

Desafío

Tres cilindros tienen la misma altura pero sus radios están en la razón $1 : 2 : 3$, ¿cuál es la razón de sus volúmenes?

R: _____

¿Qué aplicaciones tiene el cálculo del volumen y área de prismas y cilindros?

» Propósito

Realizar aplicaciones del cálculo de volumen y área de prismas y cilindros.

El volumen y el área de prismas y cilindros tienen diversas aplicaciones en la vida cotidiana. Para resolver estas situaciones utilizamos las siguientes fórmulas:

- Volumen de un prisma: $A_b \cdot h$
- Área de un prisma: $A_b + A_L$
- Volumen de un cilindro: $r^2\pi \cdot h$
- Área de un cilindro: $(2r\pi \cdot h) + (2r^2\pi)$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Resuelve los siguientes problemas.

Un dado tiene 2 cm de arista, si se quieren guardar 50 de esos dados en una caja, ¿cuál es la capacidad mínima de esta?

$$\text{Volumen del cubo} = 2^3 = 8 \text{ cm}^3$$

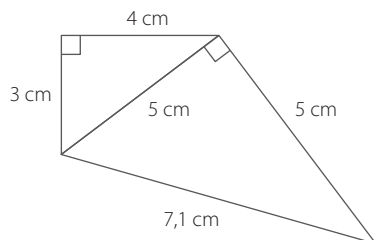
$$\text{Volumen total} = 50 \cdot 8 = 400 \text{ cm}^3$$

- a. Un vaso tiene forma de prisma recto de base cuadrada, sus dimensiones son 6 cm de arista basal y 20 cm de altura. El vaso contiene jugo hasta una altura de 12 cm. Si se pone un cubo de hielo el nivel del jugo sube hasta 14 cm, ¿cuál es el volumen del cubo de hielo?

- b. Un prisma de base rectangular cumple con las siguientes condiciones: su largo es 6 veces su alto, el alto es el doble del ancho y su capacidad es 1152 cm^3 . ¿Cuáles son sus dimensiones?

- c. Una caja tiene dimensiones 30 cm por 40 cm y 50 cm. Si se ocupan 30 cajas iguales en una mudanza, ¿cuál es el volumen total?

La figura muestra la base de un prisma cuya altura mide 10 cm

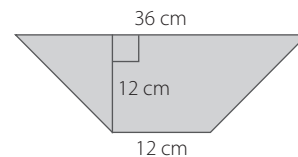


- d. Según la información dada en la figura, ¿cuál es el volumen del cuerpo?

- e. Con la información de la misma figura, ¿cuál es la superficie total del cuerpo?

- f. La figura muestra el corte transversal de una canaleta para recolectar agua lluvia.

Si el largo de la canaleta es de 4 m, ¿cuál es el volumen de agua que puede contener?



- g. Un estanque cilíndrico, que se utiliza para almacenar agua, tiene un radio basal de 4 m y altura de 3 m. ¿Cuántos litros de agua puede contener a su máxima capacidad?

- h. Se tiene un cilindro de 12 cm de altura y diámetro basal 8 cm, en él se introduce un prisma de base cuadrada (la base se inscribe en la del cilindro) y tiene la misma altura que el cilindro. ¿Cuánto espacio queda entre ambos cuerpos?

Desafío

Un cuadrado de 40 cm de lado se utiliza para construir un cubo. Si el largo del cuadrado aumenta un 10% y el ancho disminuye un 20%, se construye un prisma con la misma altura que el cubo. ¿En qué porcentaje varía el volumen del cubo comparado con el prisma?

R: _____

2. Resuelve los siguientes problemas combinados de áreas y volúmenes.

- a. Un prisma recto de base cuadrada tiene una altura de 40 cm y su volumen es 1000 cm^3 . ¿Cuál es su superficie?

R: _____

- b. Se tiene un trozo de madera en forma de prisma de 20 cm de alto y una base rectangular de 6 cm por 8 cm. Con un torno se quiere construir un cilindro con la madera, con la misma altura y la base lo más grande posible. ¿Cuál es el volumen del cilindro?

R: _____

- c. Una importadora de café vende su producto en tarros de diámetro basal 12 cm. Por una campaña de publicidad se decide cambiar el envase, los nuevos deben tener la misma capacidad, 250 cm^3 , pero su altura se duplica. ¿Cuál es su nuevo diámetro basal?

R: _____

- d. Cecilia tiene un macetero cilíndrico de 50 cm de alto y diámetro basal 40 cm, en él pondrá un árbol cuya tallo puede modelarse como un cilindro de 5 cm de radio basal y se debe enterrar 18 cm. Sin considerar el volumen de las raíces, ¿cuánta tierra se debe agregar para llenar el macetero?

R: _____

- e. Matilda tiene un cojín cilíndrico al cual le quiere cambiar el tapiz. El cojín tiene un diámetro de 1,2 m y su largo de 80 cm. Ella sabe que debe agregar 3 cm a cada una de las piezas para las costuras. ¿Cuál es la cantidad mínima de género para realizar su proyecto?

R: _____

- f. En una botella cilíndrica se comercializará un extracto de flores que incluirá algunos pétalos. El ancho de la botella medirá 8 cm y su altura será de 16 cm. Cinco octavos de la capacidad de la botella se llenará con el extracto, un cuarto con los pétalos y el resto estará vacío. ¿Cuántos centímetros cúbicos de cada ingrediente se pondrán en la botella?

R: _____

- g. Una barra cilíndrica de metal de 1 m de largo y 6 cm de diámetro se derrite y con todo el material obtenido se construyen cubos de 2 cm de arista. ¿Cuántos cubos se pueden hacer en total?

R: _____

- h. Un tarro de salsa de tomate tiene un diámetro basal de 12 cm y su altura es 18 cm.

- Tiene una etiqueta que lo rodea completamente, pero su largo excede en 1 cm para poder pegarla. ¿De qué tamaño es la etiqueta?

R: _____

- Si el litro de salsa cuesta \$2500, ¿cuál debe ser el precio del tarro de salsa?

R: _____

- i. Para pintar un depósito cilíndrico de agua, sólo por la parte de afuera se ocuparon 168 litros de pintura. El radio basal del depósito mide 6 m y se sabe que 1 litro de pintura cubre 4 m^2 . ¿Cuál es la altura del depósito?

R: _____

- j. Un vaso cilíndrico de radio 4 cm y altura 20 cm está con agua hasta la mitad, ¿cuánta agua se debe agregar para que el nivel llegue a los $\frac{4}{5}$ de su capacidad?

R: _____

- k. La altura de un cilindro es igual a su diámetro. Si el radio basal mide x encuentra una expresión para su volumen.

R: _____

- l. La altura de un cilindro es igual al doble de su diámetro. Si el radio basal mide y encuentra una expresión para su área total.

R: _____

- m. Si se quiere duplicar el volumen de un cilindro, ¿qué medida variarías? Justifica tu respuesta.

R: _____

- n. Si se reduce a la mitad el radio basal de un cilindro, ¿que efecto tiene en el volumen? ¿y en el área?

R: _____

Desafío

Dos cilindros tienen sus radios en la razón 5 : 1 y sus alturas en la razón 1 : 5, ¿en qué razón están sus volúmenes?

R: _____

Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas.

Lecciones 29 y 30

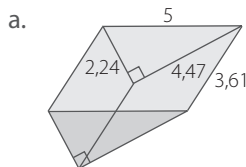
Recuerda que el volumen es la capacidad o el espacio que ocupa un cuerpo en el espacio.
Para calcular el volumen se debe multiplicar el área de base por la altura del cuerpo.

- 1 **Completa la información de los prismas en cada caso.**
 - a. Altura: 20 cm; área basal: _____; volumen: 2000 cm^3
 - b. Largo: 12 m; ancho: 14 m; alto: 5 m; volumen: _____
 - c. Volumen: 12 cm^3 ; altura: _____; área basal: 2 cm^2
 - d. Área basal: $2,76 \text{ cm}^2$; altura: 3,2 cm; volumen: _____
- 2 **Calcula el volumen de cada cilindro. Considera $\pi \approx 3$.**
 - a. $r = 5 \text{ cm}$; $h = 8 \text{ cm}$; $V =$ _____
 - b. $r = 7 \text{ cm}$; $h = 12 \text{ cm}$; $V =$ _____
 - c. $d = 8 \text{ cm}$; $h = 10 \text{ cm}$; $V =$ _____
 - d. $d = 3 \text{ cm}$; $h = 7 \text{ cm}$; $V =$ _____
- 3 **Un cilindro tiene un radio basa 8 cm y su altura mide 0,2 m. Determina el volumen y exprésalo en:**
 - a. Centímetros cúbicos $V =$ _____
 - b. Metros cúbicos $V =$ _____
 - c. Milímetros cúbicos $V =$ _____

Lecciones 31 y 32

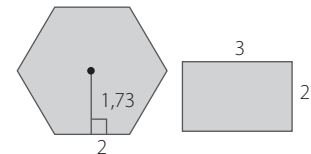
El área total de un cuerpo es siempre igual a la suma de las áreas de todas sus caras.
Para un prisma recto, cuyas dimensiones son m, p y q, la fórmula de su área es:
 $A = 2(mp + mq + pq)$
Para un cilindro de radio basal r y altura h, su área es:
 $A = 2\pi r(r + h)$

- 4 **Con la información dada, calcula la superficie de cada cilindro.**
 - a. $r = 5 \text{ cm}$; $h = 6 \text{ cm}$; $A =$ _____
 - b. $r = 9 \text{ cm}$; $h = 6,4 \text{ cm}$; $A =$ _____
 - c. $d = 8 \text{ cm}$; $h = 1,8 \text{ cm}$; $A =$ _____
 - d. $d = 18 \text{ cm}$; $h = 2,6 \text{ cm}$; $A =$ _____
- 5 **Calcula la superficie de cada prisma. Las medidas están en centímetros.**



$A =$ _____

- b. El prisma se puede construir con 2 hexágonos y 6 rectángulos, como los que se muestran a continuación.
 $A =$ _____



Lección 33

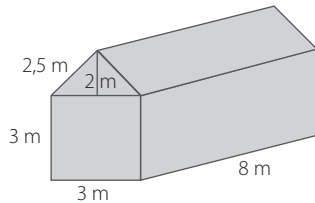
Recuerda que para resolver correctamente un problema debes leerlo cuidadosamente, definir una estrategia y chequear la solución.

- 6 **Resuelve los siguientes problemas.**
 - a. El volumen de un cilindro es 288 cm^3 y su altura mide 9 cm. Si $\pi \approx 3$, ¿cuánto mide su diámetro basal?
R: _____
 - b. Si se duplica el radio del cilindro del problema anterior, ¿en cuánto aumenta el volumen?
R: _____

Desafíos de integración

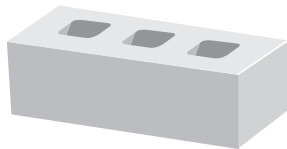
1. Resuelve los siguientes problemas que involucran áreas y volúmenes.

- a. La señora Julia necesita pintar un galpón como el que muestra la figura. En la ferretería le dijeron que el tarro de pintura cuesta \$ 6400 y cubre 9 m^2 . ¿Cuánto le cuesta a la señora Julia pintar el galpón?



R: _____

- b. La imagen muestra un ladrillo. Sus dimensiones son 25 cm de largo, 7 cm de alto y 12 cm de ancho. Cada uno de los orificios son cuadrados de 5 cm de lado y atraviesan todo el ladrillo. En una obra se utilizaron 1500 de estos ladrillos, ¿cuál es el volumen total de los ladrillos?



R: _____

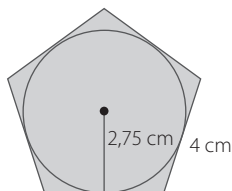
- c. En una metalurgia se pone un trozo de mineral en un cilindro de 10 cm de diámetro. El agua en el cilindro sube 25 cm. Si se sabe que la masa del mineral es 25 gramos por centímetro cúbico, ¿cuál es la masa del trozo de mineral?

R: _____

- d. Si la arista de un cubo aumenta en 2 cm, ¿cuál es la razón entre el volumen del nuevo cubo y el original?

R: _____

- e. Un cilindro de cristal de 30 cm de alto se coloca en una caja de la misma altura y base pentagonal, como muestra la figura. Para proteger el cristal el espacio entre él y la caja se llena de algodón. ¿Cuánto algodón se necesita?



R: _____

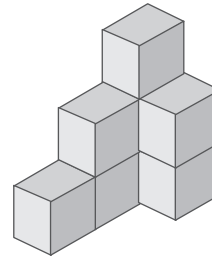
- f. Julio construyó un pozo cilíndrico en su patio para preparar compost, el diámetro mide 80 cm y tiene 60 cm de profundidad. ¿Con cuánto material lo puede llenar?

R: _____

- g. Para el cumpleaños de Camila su mamá le preparó una torta cilíndrica de 40 cm de diámetro y 30 cm de alto. Mientras la mamá rellenaba la torta, el papá de Camila batió la crema y colocó una capa de 0,5 cm de ella sobre la torta y por los lados. ¿Cuál es la cantidad mínima de crema que batió el papá?

R: _____

- h. En la figura se pueden observar 15 caras de los cubos. Si el área total de esas caras es 135 cm^2 , ¿Cuál es el volumen total de los cubos?



R: _____

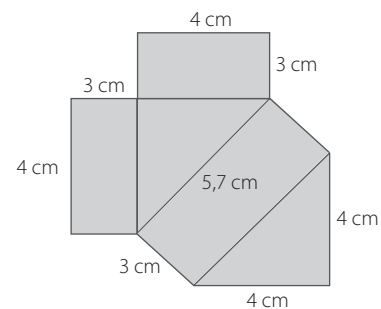
- i. Si cada arista de un cubo aumenta al doble. ¿Qué sucede con su área y con su volumen?

R: _____

- j. En una empresa necesitan embalar cajas cúbicas cuyas aristas miden 1 m en contenedores de 8 m por 4 m y 2 m de altura. ¿Cuál es la cantidad máxima de cajas que se puede guardar en el contenedor?

R: _____

- k. La red de la figura está formada por triángulos rectos y rectángulos, ¿cuál es su volumen?



R: _____

Estrategia: Buscar los datos para poder resolver

Si se quiere definir una estrategia para resolver un problema se debe leer este con mucha atención, determinar cuál es la información útil y cuál no lo es.

Muchas veces, la estrategia de resolución dependerá de los datos con que se cuenta.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

1 Responde las preguntas sobre el análisis de la información entregada en los siguientes problemas. Luego resuélvelos.

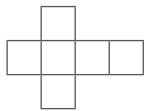
- a. Gloria tiene un florero blanco y quiere poner rosas en él. El florero es cilíndrico, de radio basal 8 cm y altura 22 cm, si se llena a la mitad con agua, ¿qué volumen de agua se necesita?

• Información que sobra: _____

• Información necesaria: _____

R: _____

- b. La figura muestra la red de un cubo, se necesita averiguar su área total.



• ¿Qué información necesitas tener para resolver el problema?

• Inventa dos datos que se podrían agregar al enunciado que no serían necesarios para resolverlo. _____

• Si el lado del cuadrado mide 3 cm, ¿cuál es el área total?

R: _____

- c. Para aumentar el área total de un cilindro, Pedro propone aumentar la altura en 3 unidades, mientras que Claudia propone aumentar el radio en 3 unidades. ¿Con cuál de las propuestas se aumenta más el área total del cilindro?

• Información que sobra: _____

• Información necesaria: _____

R: _____

- d. ¿Qué condiciones debe cumplir la altura y radio de un cilindro para que su área lateral sea igual a su base?

• Información que sobra: _____

• Información necesaria: _____

R: _____

- e. Un frasco de pintura sin tapa tiene forma de prisma cuya base es un triángulo rectángulo. Los catetos de dicho triángulo miden 9 cm y 12 cm, mientras que la altura del frasco es de 10 cm. Marcela observa que el frasco tiene pintura hasta la mitad, ¿qué volumen de pintura tiene?

• Información que sobra: _____

• Información necesaria: _____

R: _____

- f. La base de un prisma recto es un triángulo rectángulo. Si su volumen es 1920 m^3 , ¿cuál es su área?

• ¿Qué información necesitas tener para resolver el problema? _____

• Inventa dos datos que se podrían agregar al enunciado que no serían necesarios para resolverlo. _____

• Si los catetos del triángulo miden 24 m y 10 m, ¿cuál es el área?

R: _____

- g. Si la altura de un cilindro disminuye, ¿qué debe ocurrir con el radio para que el área lateral se mantenga constante?

• ¿Qué información necesitas tener para resolver el problema? _____

• La altura disminuye a la mitad. Resuelve el problema.

R: _____

2 Analiza la información marcando la necesaria y la irrelevante, luego resuelve.

- a. El área total de un prisma de base cuadrada es 680 cm^2 . Si la arista basal mide 2 cm menos que la arista lateral, ¿cuáles son las medidas de las aristas si suman 22 cm?

R: _____

- b. Las aristas de un prisma rectangular miden (x) m, $(x + 1)$ m y $(x + 2)$ m, ¿cuál es su volumen?

R: _____

- c. Una barra cilíndrica de acero de 15 cm de largo y 1 cm de radio se va a procesar para formar un alambre cilíndrico de radio 1 mm, ¿cuál será el largo del alambre?

R: _____

- d. Hay tres cubos iguales, el volumen total es 1029 cm^3 . Se ponen uno encima de otro para formar un cuerpo. ¿Cuál es el área del cuerpo?

R: _____

- e. En la frutería La Frescura, se mantienen las frutas en cajas de 36 cm por 24 cm por 30 cm. En esa caja se ponen paquetes de plátanos que son, aproximadamente, 9 cm por 6 cm y por 5 cm. ¿Cuántos paquetes de plátanos es el máximo que se pueden poner en una caja?

R: _____

- f. Un depósito tiene forma de prisma recto y su base es un hexágono regular de lado 2,31 m de lado. Está lleno solo hasta el 60% de su capacidad y contiene 47 817 litros de agua. ¿Cuál es la altura del depósito?

R: _____

- g. Andrea está ordeñando sus vacas, para ello tiene una cubeta cilíndrica de 30 cm de diámetro y de altura. Cada vez que llena la cubeta la vacía en un contenedor también cilíndrico de 1 m de diámetro y 1,2 m de altura. ¿Cuántas cubetas debe llenar para completar el contenedor?

R: _____

- h. El diámetro de una pelota de tenis es 6,8 cm y su volumen es, aproximadamente, 93 cm^3 . Se colocan para su venta 3 pelotas en un cilindro de acrílico del mismo diámetro de las pelotas y del mismo alto de las tres, ¿cuánto espacio sobra en el cilindro?

R: _____

- i. Una caja de bombones tiene la forma de un prisma hexagonal. El área de la base es 90 cm^2 y su altura mide 5 cm. Si el volumen de cada bombón es $1,5\text{ cm}^3$, ¿Cuál es el número máximo de bombones que caben en la caja?

R: _____

3 En cada caso se entrega el objetivo que debe tener el problema, entrega la información necesaria y dos datos no necesarios.

- a. El área total de un prisma.

Problema: _____

- b. El volumen de un cilindro.

Problema: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre analizar la información dada en un problema.

1. Averigua qué significa tener la información necesaria y suficiente para resolver un problema.

2. ¿Es posible resolver un problema sin analizar la información dada en él? Si es así, explica cómo.

3. Explica paso a paso como resolviste el problema 1.a

¿Qué es y cómo se verifica el teorema de Pitágoras?

» Propósito

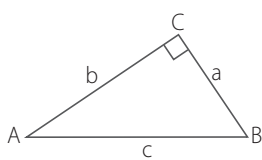
Explicar la validez del teorema de Pitágoras.

- Un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo de 90° y los otros dos ángulos agudos. Los lados del triángulo que forman el ángulo recto se llaman catetos. El lado mayor del triángulo se opone al ángulo recto y se llama hipotenusa.
- El teorema de Pitágoras plantea que, en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.
- Si el triángulo rectángulo tiene catetos de longitudes a y b , y la longitud de la hipotenusa es c , entonces el teorema de Pitágoras se expresa por la igualdad $c^2 = a^2 + b^2$. Del teorema se deduce que $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ y que $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Analiza la siguiente figura. Luego, determina el dato que se pide en cada caso.



$$c = 8 \text{ cm}, b = 6 \text{ cm}, a = \sqrt{28}$$

$$x = \sqrt{8^2 - 6^2}$$

$$x = \sqrt{64 - 36}$$

$$x = \sqrt{28}$$

- a. $a = 3 \text{ cm}, c = 9 \text{ cm},$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $b = 4 \text{ cm}, c = 15 \text{ cm},$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. $a = 4 \text{ cm}, c = 4\sqrt{10} \text{ cm},$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. $a = 5 \text{ cm}, c = 13 \text{ cm},$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$
- e. $a = 2 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm},$ $c = \underline{\hspace{2cm}}$
2. Determina si los triángulos son acutángulos, rectángulos u obtusángulos.

$$a = 5 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm y } c = 10 \text{ cm}$$

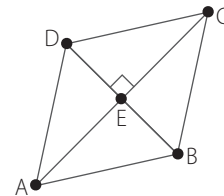
$$5^2 + 8^2 = 89; 10^2 = 100;$$

$$89 < 100, \text{ triángulo obtusángulo.}$$

- a. $a = 12 \text{ cm}; b = 16 \text{ cm y } c = 20 \text{ cm.}$
R: $\underline{\hspace{4cm}}$
- b. $a = 30 \text{ m } b = 40 \text{ m y } c = 50 \text{ m.}$
R: $\underline{\hspace{4cm}}$
- c. $a = 15 \text{ mm}; b = 36 \text{ mm y } c = 39 \text{ mm.}$
R: $\underline{\hspace{4cm}}$
- d. $a = 4 \text{ km}; b = 5 \text{ km y } c = 6 \text{ km.}$
R: $\underline{\hspace{4cm}}$
- e. $a = 6 \text{ dam}; b = 12 \text{ dam y } c = 6\sqrt{5} \text{ dam.}$
R: $\underline{\hspace{4cm}}$

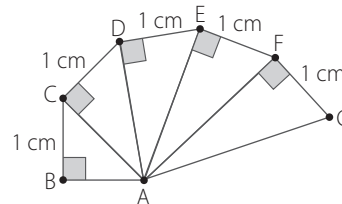
Aplica

3. La figura muestra el rombo ABCD, cuyas diagonales se intersectan en el punto E. Recuerda que las diagonales se intersectan en el punto medio.



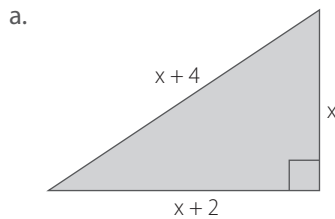
Resuelve los siguientes ejercicios guiándote con la figura dada. Las medidas están en centímetros.

- a. $DE = 5, EC = \sqrt{11}, DC = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $AB = 6, DB = 2\sqrt{11}, AC = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. El perímetro del rombo es 32 y $BD = 2\sqrt{15}AC = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. AE es el doble de ED y $AB = 4\sqrt{5}, BE = \underline{\hspace{2cm}}$
4. Con la información de la figura completa las medidas pedidas, sabiendo que el triángulo ABC es isósceles.

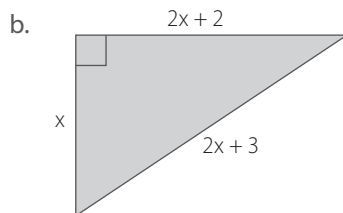


- a. $AC = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $AD = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. $AE = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. $AF = \underline{\hspace{2cm}}$
- e. $AG = \underline{\hspace{2cm}}$

5. En los siguientes ejercicios escribe una relación entre los catetos y la hipotenusa, simplificándola a la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con a , b y c números enteros.



R: _____



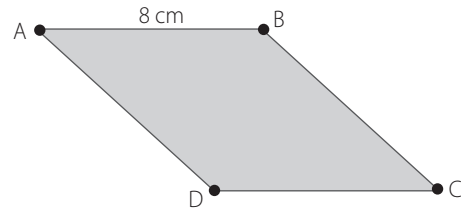
R: _____

6. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

- _____ Si en un triángulo rectángulo la longitud de un cateto es el doble de la del otro cateto, entonces, la longitud de la hipotenusa es la longitud del cateto menor multiplicada por $\sqrt{5}$.
- _____ En todo triángulo rectángulo el lado de menor longitud es la hipotenusa.
- _____ En un triángulo rectángulo isósceles las longitudes de sus catetos son iguales a 4 cm y la longitud de la hipotenusa es $4\sqrt{2}$ cm.
- _____ Si un triángulo tiene lados de 1 cm, 2 cm y 3 cm, entonces es acutángulo.
- _____ Si un triángulo tiene lados de 9 m, 40 m y 41 m, entonces es rectángulo.
- _____ La diagonal de un cuadrado de lado a mide $a\sqrt{2}$.
- _____ Si en un triángulo se cumple que $c^2 = a^2 + b^2$, entonces $c = a + b$.
- _____ El teorema de Pitágoras no puede cumplirse en un triángulo isósceles.
- _____ En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la suma de las longitudes de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.

7. Resuelve los siguientes problemas

- a. Marisa está formando un cuadrado con varillas de madera que miden 8 cm cada una. ¿Cuánto debe medir BD para que sea un cuadrado?



R: _____

- b. El pie de una escalera de 3 m de largo se coloca a 50 cm de la base de un árbol, de manera que la punta de la escalera llega a 30 cm de la punta del árbol. ¿Cuánto mide el árbol?
- R: _____
- c. Un terreno rectangular de 700 m por 600 m se quiere dividir en dos terrenos triangulares. Al metro más cercano, ¿cuál sería el perímetro de cada terreno?

R: _____

- d. Para ir al colegio, Juan atraviesa un parque rectangular de 60 m por 80 m a través de su diagonal. Un día cerraron el parque y Juan tuvo que rodear el parque por todo el borde. ¿Cuántos metros más de lo usual tuvo que recorrer ese día?
- R: _____
- e. En un triángulo rectángulo uno de sus catetos mide 6 cm y su hipotenusa 10 cm. ¿Cuánto miden su perímetro y su área?
- R: _____
- f. Carmen sale de su casa y camina 4 cuadras al norte, luego dobla y camina 6 cuadras al este, después 8 cuadras al norte llegando a la biblioteca. Si todas las cuadras miden lo mismo ¿a qué distancia está la casa de Carmen de la biblioteca?

R: _____

Desafío

Muestra que las diagonales de un cuadrado de lado 10 cm son perpendiculares.

(Recuerda que las diagonales de un cuadrado se intersecan en su punto medio)

R: _____

¿Qué aplicaciones tiene el teorema de Pitágoras?

» Propósito

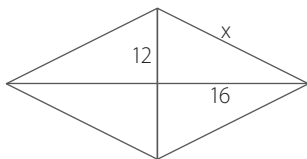
Aplicar el teorema de Pitágoras a la resolución de problemas.

- El teorema de Pitágoras tiene muchas aplicaciones en problemas que involucran figuras que son, o que contienen, triángulos rectángulos.
- El recíproco del teorema de Pitágoras también tiene muchos usos en problemas en que un triángulo deba ser rectángulo.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Resuelve los siguientes problemas.



$$x = \sqrt{12^2 + 16^2}$$

$$x = \sqrt{400}$$

$$x = 20 \text{ cm}$$

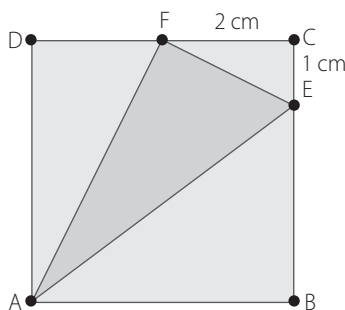
- a. Pilar es paisajista y está trabajando en el diseño de un jardín cuadrado, ella quiere dividirlo en dos triángulos, en uno quiere plantar pasto y en el otro pondrá una terraza de madera. La información que tiene es que la diagonal mide $\sqrt{80}$ m, el costo del pasto es \$ 4500 el metro cuadrado y de la madera \$ 6500 el metro cuadrado. ¿Cuánto gastaría en el jardín?

R: _____

- b. Entre la casa de María y el almacén del barrio había toda una cuadra que era un sitio baldío, que María cruzaba por su diagonal cuando iba a comprar. Pero ahora están construyendo por lo que María debe caminar 120 m desde su casa a la esquina y 160 m desde allí al almacén. ¿Cuántos metros más debe caminar ahora?

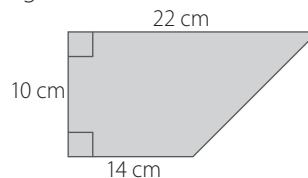
R: _____

- c. La figura muestra un cuadrado de lado 4 cm. El triángulo AEF, ¿es rectángulo? Justifica tu respuesta.



R: _____

- d. Según la información dada, ¿cuál es el área de la figura?



R: _____

- e. Un aviso publicitario contiene una letra N, los dos segmentos verticales miden 1,8 m y están separadas por 1,5 m. ¿Cuánto mide el segmento oblicuo?

R: _____

- f. Si los lados no paralelos de un trapecio isósceles se prolongan, se formaría un triángulo equilátero de 8 cm de lado. Sabiendo que el trapecio tiene la mitad de la altura del triángulo, ¿cuál es el área del trapecio?

R: _____

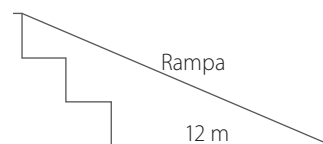
- g. Una cancha de fútbol mide 125 m de largo. Si la longitud de sus diagonales es de 150 metros. ¿Cuál es el ancho de la cancha?

R: _____

- h. Una ciudad se encuentra 25 km al oeste y 18 km al norte de otra. ¿Cuál es la distancia entre las dos ciudades?

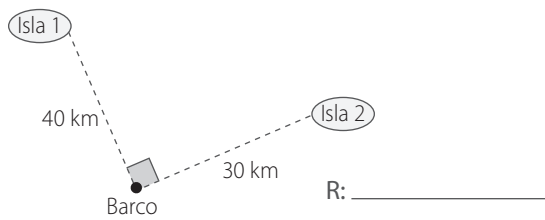
R: _____

- i. Para entrar a una casa se deben subir 3 escalones, cada uno mide 30 cm por 30 cm estos escalones se reemplazarán por una rampa que comienza a 12 m de la casa. ¿Cuánto mide la rampa?



R: _____

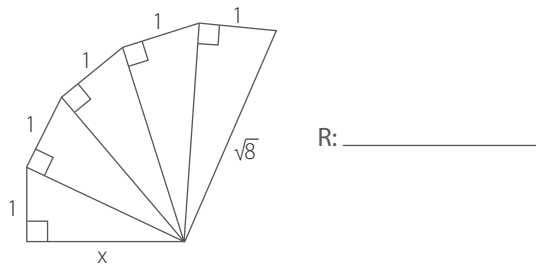
- j. Desde un barco se observan dos islas, como muestra la figura, ¿cuál es la distancia entre las islas?



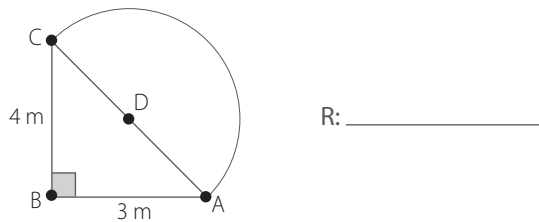
- k. A cierta hora del día, un árbol de 5 m de alto proyecta una sombra de 6 m de largo. ¿Cuál es la distancia entre la punta del árbol y la punta de la sombra?

R: _____

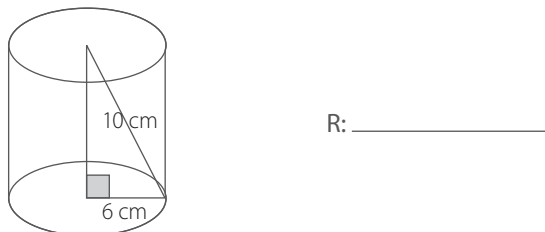
- l. Según la información del dibujo, ¿cuál es el valor de x ?



- m. Si el punto D es el centro de la semicircunferencia y según la información entregada, ¿cuál es el área de la figura?



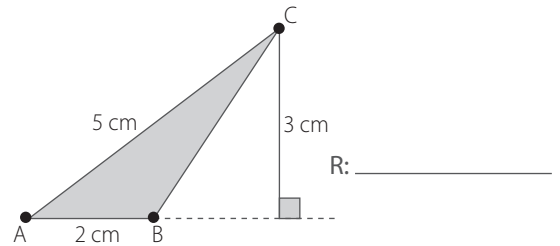
- n. ¿Cuál es el volumen del cilindro que se muestra en la figura?



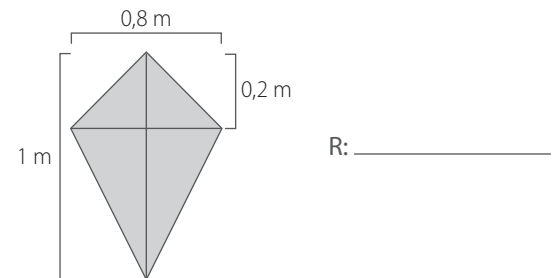
- ñ. Un granjero quería construir un corral rectangular. Cuando terminó midió el corral y se dio cuenta que el fondo medía 54 m, que un lado medía 32 m y la diagonal medía 63 m. ¿El corral tiene realmente forma rectangular? Justifica tu respuesta.

R: _____

- o. El triángulo ABC no es rectángulo, se traza la altura desde C y mide 3 cm. ¿Cuál es la medida del lado BC?



- p. La figura muestra el volantín que está construyendo Tomás. Si quiere poner un hilo alrededor de todo el volantín, ¿cuánto debe medir este?



- q. Si la diagonal de un cuadrado mide $\sqrt{42}$ unidades, ¿cuál es su área?

R: _____

- r. Un poste de 6 m de altura se ancló a tierra con un cable a 2 m del pie del poste. Si se utilizó un metro de cable para anudarlo, ¿cuánto cable se utilizó en total?

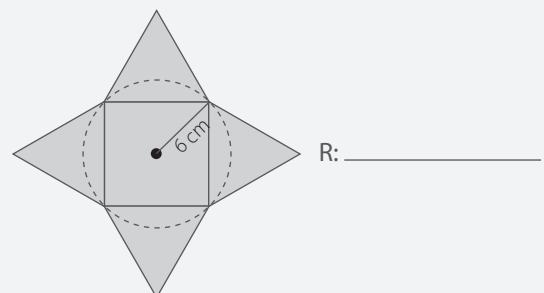
R: _____

- s. Una caja tiene una base cuadrada de arista 8 cm y una altura de 12 cm, ¿cuánto mide la diagonal interna de la caja?

R: _____

Desafío

Se dibuja una circunferencia de radio 6 cm, en ella se inscribe un cuadrado y sobre cada lado del cuadrado se construyen cuatro triángulos equiláteros. ¿Cuál es el área total de la figura que se forma?



Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 34

Recuerda que en un triángulo rectángulo, si los catetos miden a y b unidades, y la hipotenusa mide c , entonces: $a^2 + b^2 = c^2$

Y también se cumple el recíproco, es decir, si en un triángulo se tiene que los lados cumplen con la relación $a^2 + b^2 = c^2$, entonces el triángulo es rectángulo.

También, si:

- $a^2 + b^2 > c^2$, entonces el triángulo es acutángulo.
- $a^2 + b^2 < c^2$, entonces el triángulo es obtusángulo.

- En los siguientes ejercicios x e y corresponden a los catetos de un triángulo rectángulo y z es la hipotenusa. Encuentra en cada caso la medida del lado pedido.
 - $x = 5$, $y = 12$, $z =$ _____
 - $x = 4$, $y =$ _____, $z = 5$
 - $x =$ _____, $y = 16$, $z = 20$
 - $x = 3$, $y = 1$ $z =$ _____
- Dadas las medidas de los lados de un triángulo, determina si es rectángulo, obtusángulo o acutángulo.
 - 2, 3 y 5 _____
 - 8, 15 y 17 _____
 - $2\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$ y $3\sqrt{2}$ _____
 - 4 , $4\sqrt{5}$ y $4\sqrt{6}$ _____
- Los lados de un triángulo son 6, 4 y x , ¿cuál es el mayor valor entero de x para que el triángulo sea obtusángulo?

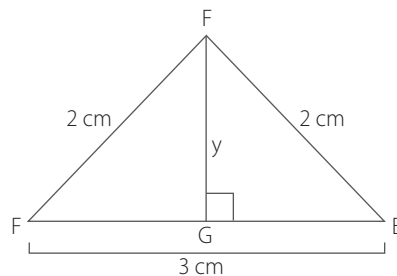
- Los lados de un triángulo son 7, 3 y x , ¿cuál es el menor valor entero de x para que el triángulo sea acutángulo?

Lección 35

Recuerda que para resolver un problema debes, primero, leerlo cuidadosamente, luego, elegir la estrategia que te parezca más adecuada y finalmente comprobar la respuesta.

- Resuelve las siguientes aplicaciones del teorema de Pitágoras.
 - ¿Cuánto mide la diagonal de la pantalla de un televisor que tiene 32 pulgadas de largo y 24 pulgadas de alto?

 - ¿Cuánto mide la altura del triángulo de la figura?

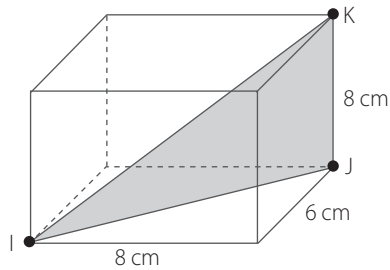


- Los lados de un triángulo isósceles miden 3,2 cm y la base mide 2 cm. ¿Cuánto mide su área?

Desafíos de integración

1. Resuelve los siguientes problemas que involucran el teorema de Pitágoras y su converso.

- a. La figura muestra un prisma rectangular recto. ¿Cuál es el área del triángulo IJK??



R: _____

- b. En el triángulo ABC, $AC = 15$ cm, $AB = 13$ cm y la altura desde A mide 12 cm. ¿Cuánto mide el lado BC?

R: _____

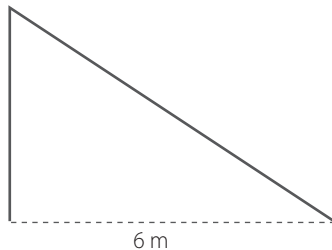
- c. La base de un triángulo isósceles mide 6 cm y la altura a la base mide 4 cm, ¿cuál es el perímetro del triángulo?

R: _____

- d. Las reglas del tenis de mesa dice que la longitud de la mesa debe medir 2,74 m. Si la diagonal es, aproximadamente, de 3,14 m, ¿cuál es el ancho reglamentario de la mesa?

R: _____

- e. Durante la tormenta un árbol, de 20 m, se quebró formando un triángulo rectángulo como muestra la figura. ¿A qué altura se quebró el árbol?



R: _____

- f. La base de una caja es un rectángulo de 7 cm por 10 cm, en ella se quiere guardar una varilla de vidrio de 20 cm de largo. ¿De qué altura debe ser la caja?

R: _____

- g. Los lados de un triángulo rectángulo están en la razón 3 : 4 : 5. Si la hipotenusa mide 50 cm, ¿cuál es la longitud de los catetos?

R: _____

- h. Los lados más largos de un triángulo rectángulo miden 3 y 4 cm, ¿cuánto mide el lado más corto?

R: _____

- i. La diagonal de una fotografía cuadrada mide 16 cm. ¿Cuánto mide el marco que la rodea?

R: _____

- j. Fernanda dice que el triángulo ABC del problema b es acutángulo. Justifica su afirmación.

R: _____

- k. Los lados más largos de un triángulo rectángulo miden 24 y 26 cm, ¿cuál es el área del triángulo?

R: _____

- l. Una escalera de 5 metros de altura se apoya contra un edificio. Si la base de la escalera se encuentra a 3 metros del edificio, ¿cuál es la distancia desde el piso hasta la parte superior de la escalera?

R: _____

- m. En una caminata por una plaza de forma rectangular, con largo de 24 m y ancho 10 m, un grupo toma el camino que corresponde a la diagonal. ¿Cuántos metros recorre el grupo?

R: _____

- n. Un conejo se encuentra a 6 metros de la base de un árbol perpendicular al suelo. El árbol tiene una altura de 12 metros y en la punta más alta de este se encuentra un halcón. ¿A qué distancia se encuentra el conejo del halcón?

R: _____

- ñ. Las medidas de una ventana triangular son 1,5 m, 3,4 m y 4 m. La ventana, ¿es un triángulo rectángulo?

R: _____

Estrategia: Identificar submetas

Algunas veces los datos no aparecen directamente en el enunciado de un problema, se deben determinar antes para poder encontrar la respuesta final. Si ese es el caso entonces se deben identificar las submetas o subtareas para luego determinar la respuesta final.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan o definir una estrategia para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

1 En cada uno de los siguientes problemas determina cual es la submeta que debes lograr y luego resuelve el problema.

- a. Sobre un cubo se pone un cilindro de la misma altura y el círculo basal queda inscrito en la cara superior. Si la arista del cubo mide 8 cm, ¿cuál es el volumen total del cuerpo compuesto?

Submeta: _____

R: _____

- b. Ana es 5 años mayor que su hermana Luisa, la suma de las edades es 81 años. ¿Cuál es la edad de Ana?

Submeta: _____

R: _____

- c. ¿Cuál es el área de un triángulo equilátero de lado 8 cm?

Submeta: _____

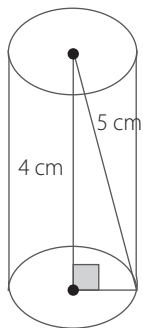
R: _____

- d. En una familia hay 3 hermanos, el mayor tiene 4 años más que el del medio y éste tiene 3 años más que el menor. Si la suma de las tres edades es 40, ¿cuál es la edad del menor?

Submeta: _____

R: _____

- e. Con la información de la figura, ¿cuál es el volumen del cilindro?



Submeta: _____

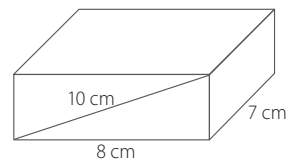
R: _____

- f. En un jardín hay un estanque cuadrado lleno de agua y algunos peces. Al medio crece una caña que sobrepasa el nivel del agua en 1 m. Si la punta de la caña se tira hasta una esquina del estanque llega justo a la superficie. ¿Cuánto mide el perímetro del estanque?

Submeta: _____

R: _____

- g. Con la información de la figura, ¿cuál es el volumen del prisma?



Submeta: _____

R: _____

- h. Se tiene la sucesión 7, 6, 5, 4, 3, ... ¿Cuál es el término que ocupa el lugar 106 en la sucesión?

Submeta: _____

R: _____

- i. La razón entre los perímetros de dos triángulos isósceles rectángulos es 3 : 4. La hipotenusa del triángulo mayor mide $12\sqrt{2}$ cm. ¿Cuánto mide el cateto del triángulo menor?

Submeta: _____

R: _____

- j. La suma de tres números consecutivos es 48, ¿cuál es la suma del menor y el mayor?

Submeta: _____

R: _____

2 En cada caso determina si puedes resolver el problema directamente o si debes definir una submeta. Luego resuelve cada uno de ellos.

a. ¿Cuánto mide la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles si la suma de los catetos es 22 cm?

R: _____

b. ¿Cuál es el siguiente término en la sucesión $-3, -1, 1, 3, 5 \dots$?

R: _____

c. ¿Cuál es área de un cuadrado cuya diagonal mide 5 cm?

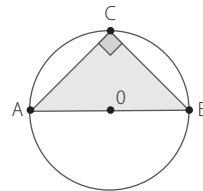
d. Las medidas de los catetos de un triángulo son 5 y 8 cm, ¿cuál es su perímetro?

R: _____

e. El volumen de una pelota es igual a la de un cilindro cuyo radio basal mide 2 cm y su altura mide 5 cm. ¿Cuál es el volumen de 5 pelotas iguales?

R: _____

f. El triángulo de la figura es isósceles y su hipotenusa mide 16 cm. ¿Cuál es el área no sombreada del círculo?

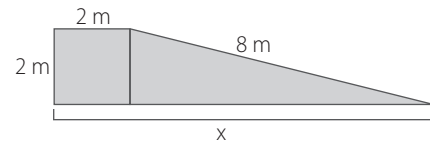


R: _____

g. Un cable de 20 m sujeta un poste desde su punta y se afirma a tierra a 2 m del poste. ¿Cuál es la altura del poste?

R: _____

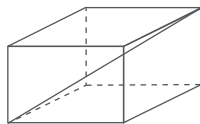
h. Según la información de la figura, ¿cuál es el valor de x ?



R: _____

3 Con la información dada, crea 2 problemas, el primero debe resolverse de forma directa y en el segundo debe plantearse una submeta. Compártelos con tus compañeros.

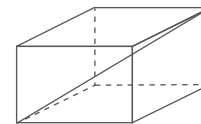
a. En una caja se pone una varilla, como muestra la figura. ¿Cuál es la longitud mayor posible de la varilla?



Información: _____

Pregunta: _____

b. En una caja se pone una varilla, como muestra la figura. ¿Cuál es la longitud mayor posible de la varilla?



Información: _____

Pregunta: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre analizar la información dada en un problema.

1. ¿Qué importancia tiene trabajar ordenadamente al resolver un problema?

2. Explica cómo organizar la información de un problema, por ejemplo en el problema 1. h.

3. Explica paso a paso como resolviste el problema e. de la página anterior.

¿Qué es y cómo se realiza una traslación?

» Propósito

Describir la posición y el movimiento de figuras 2D al trasladarlas.

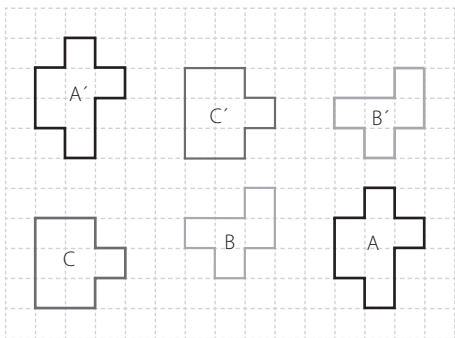
Una traslación corresponde a una transformación isométrica, donde se desplazan puntos o figuras a partir de un vector de traslación dado. La figura resultante es congruente a la original y recibe el nombre de imagen.

El vector (x, y) indica un movimiento de x unidades en sentido horizontal e y unidades en sentido vertical. Si las coordenadas del punto P son $P(a, b)$ y el vector en coordenadas es $\vec{v} = (h, k)$, entonces, la imagen por la traslación tiene coordenadas $P'(a + h, b + k)$.

Practicemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Observa la imagen y completa las oraciones.



La figura B se trasladó hasta la figura B' 5 unidades horizontalmente hacia la derecha y 4 unidades verticalmente hacia arriba.

- La figura A se trasladó hasta la figura A' según el vector _____.
 - El perímetro de la figura C' es _____ al perímetro de la figura C.
 - El área de la figura B' es _____ al área de la figura B.
 - Para obtener la figura C' a partir de la figura C por una traslación, el vector de la traslación debe ser _____.
2. Calcula las coordenadas del vector de traslación \vec{v} , dados el punto y su imagen, respectivamente.

$A(5, 7) \rightarrow A'(3, 9)$ $\vec{v} = (-2, 2)$

- $B(0, 0) \rightarrow B'(-3, 5)$ $\vec{v} = (\text{____}, \text{____})$
- $C(20, -17) \rightarrow C'(13, 11)$ $\vec{v} = (\text{____}, \text{____})$
- $D(-6, 1) \rightarrow D'(5, -8)$ $\vec{v} = (\text{____}, \text{____})$
- $E(0, -9) \rightarrow E'(0, -1)$ $\vec{v} = (\text{____}, \text{____})$

Aplica

3. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

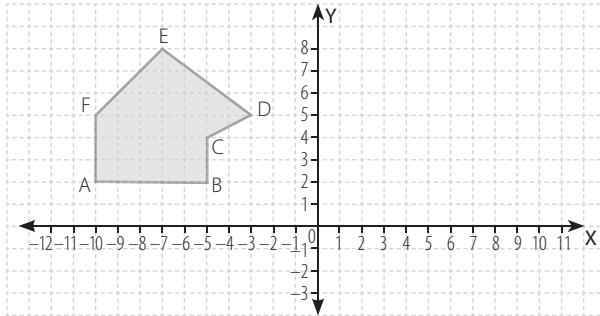
- _____ Un vector permite trasladar una figura en tres direcciones diferentes.
- _____ Si el punto $P(a, b)$ se traslada según el vector $\vec{v} = (h, k)$, se obtiene el punto $P'(a - h, b - k)$.
- _____ El vector $\vec{v} = (2, -4)$ permite trasladar una figura geométrica 2 unidades a la derecha y 4 unidades hacia abajo.
- _____ El área de un cuadrado aumenta cuando se le realiza una traslación.
- _____ La traslación sucesiva a una figura geométrica, según los vectores \vec{v} y \vec{w} , es equivalente a una sola traslación de la figura, según el vector $\vec{v} + \vec{w}$.
- _____ Trasladar una figura según un vector $\vec{v} = (h, k)$ y, luego, trasladar la imagen según el vector $\vec{v} = (-h, -k)$ regresa la figura a su lugar inicial.
- _____ Si una figura geométrica se traslada por un vector \vec{v} , la imagen es congruente con la figura inicial.
- _____ Al trasladar una figura con un vector negativo, la figura decrece su área.
- _____ Al trasladar una figura se mantiene su perímetro pero cambia su área.
- _____ Si la primera coordenada del vector traslación es negativo el movimiento horizontal es a la izquierda.

Resuelve los siguientes problemas.

4. Calcula las coordenadas de los vértices de la figura preimagen, dado el vector de traslación $\vec{v} = (1, 2)$ y los vértices de la imagen $A'(-2, -3)$, $B'(2, -1)$ y $C'(0, 6)$

R: _____

5. Dibuja la figura que se obtiene al aplicar al hexágono una traslación según el vector $\vec{v} = (12, -3)$ Luego, responde.



- a. Calcula el perímetro de la preimagen y de la imagen y compara.

R: _____

- b. Calcula el área de la preimagen y de la imagen y compara.

R: _____

- c. Calcula la medida de los ángulos CDE y C'D'E' y compara.

R: _____

- d. ¿Qué propiedades generales podrías conjeturar a partir de los resultados anteriores?

R: _____

6. Si un triángulo cuyos vértices son $A(1, 2)$, $B(7, 2)$ y $C(4, 5)$ se traslada según el vector $\vec{v} = (-5, -7)$, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de la imagen obtenida?

R: _____

7. Si un triángulo cuyos vértices son $D(5, 2)$, $E(7, 10)$ y $F(9, 0)$ se traslada según el vector \vec{v} , siendo el punto $D'(8, 13)$ la imagen del punto D, ¿cuáles son las coordenadas del vector de traslación?

R: _____

8. Un rombo de diagonales 8 cm y 6 cm se traslada sucesivamente según los vectores $\vec{v}_1 = (1, 2)$, $\vec{v}_2 = (2, 3)$ y $\vec{v}_3 = (3, 4)$. ¿Cuál es el área de la imagen obtenida? ¿Cuál es su perímetro?

R: _____

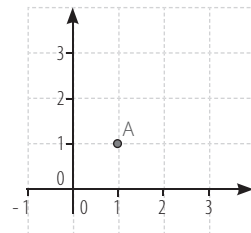
9. Si un triángulo cuyos vértices son $D(5, 2)$, $E(7, 10)$ y $F(9, 0)$ se traslada según el vector \vec{v} , siendo el punto $D'(8, 13)$ la imagen del punto D, ¿cuáles son las coordenadas del vector de traslación? ¿y cuáles son las de los vértices de los puntos E' y F'?

R: _____

10. Las coordenadas del vector traslación están dadas por el siguiente par de ecuaciones: $a + 4 = 5$ y $5 - b = 3$. ¿Cuál es el vector traslación?

R: _____

11. En el siguiente plano cartesiano se ubicó, en el punto A, el caballo de un juego de ajedrez. Marca todos los posibles puntos a los que puede ir el caballo y escribe los vectores que lo trasladarían a esos puntos.



R: _____

12. Grafica la función $y = 3x - 2$. Si la recta de tu gráfico se traslada según el vector $\vec{v} = (-2, 1)$, ¿qué función representaría?

R: _____

13. Se tiene el triángulo de vértices $A(5, 7)$, $B(-6, 1)$ y $C(3, 2)$. ¿Qué traslación haría que $A' = C$?

R: _____

14. Los vectores $\vec{p} = (y, -1)$ y $\vec{q} = (4, x)$ se suman obteniendo el vector $(-3, 3)$. ¿Cuáles son los valores de x e y?

R: _____

15. El punto $P(8, -1)$ se traslada según el vector \vec{v} y luego el punto obtenido se traslada según el vector $\vec{w} = (4, -7)$. Si las coordenadas del punto final son el doble de P, ¿cuáles son las componentes de \vec{v} ?

R: _____

Desafío

El punto C se traslada según el vector $\vec{x} = (2, p)$, el punto obtenido se traslada según el vector $\vec{y} = (q, 9)$ y, finalmente, se traslada según el vector $\vec{z} = (5, 7)$. Si el resultado final es el mismo punto C, ¿cuáles son los valores de p y q?

R: _____

¿Qué es y cómo se realiza una reflexión?

» Propósito

Describir la posición y el movimiento de figuras 2D al reflejarlas.

Una reflexión es una transformación isométrica en la que los puntos de la preimagen y de la imagen se encuentran a la misma distancia de un eje de simetría y el segmento que une el punto original con su imagen es perpendicular a este eje.

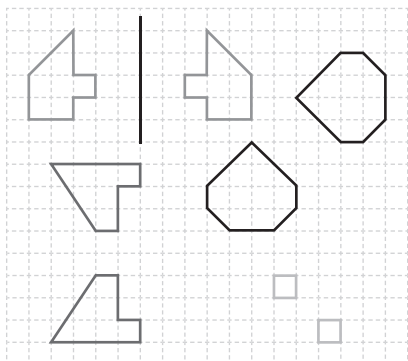
Para reflejar un punto con respecto a los ejes del plano cartesiano se puede utilizar la siguiente regularidad:

- $R_X(x, y) = (x, -y)$, reflexión con respecto al eje X.
- $R_Y(x, y) = (-x, y)$, reflexión con respecto al eje Y.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Observa la imagen y dibuja el eje de simetría de cada reflexión.



2. Escribe V o F según corresponda.

- Si una figura geométrica se refleja, la imagen que se obtiene es congruente.
- a. Si el punto $P(a, b)$ se refleja respecto al eje X, se obtiene el punto $P'(-a, b)$.
- b. Si el punto $P(a, b)$ se refleja respecto al eje Y, se obtiene el punto $P'(-a, b)$.
- c. La imagen de una circunferencia por una reflexión respecto a uno de sus diámetros es la misma circunferencia.
- d. El área de un cuadrado se duplica al realizarse una reflexión respecto a uno de sus lados.
- e. Si se refleja un ángulo de 45° , su imagen también medirá 45° .

3. Identifica la recta respecto de la que se realizó la reflexión, dados el punto y su imagen.

- $P(5, 7) \rightarrow P'(-5, 7)$ Eje Y
- a. $A(4, -3) \rightarrow A'(-4, -3)$
- b. $B(11, -2) \rightarrow B'(11, 2)$

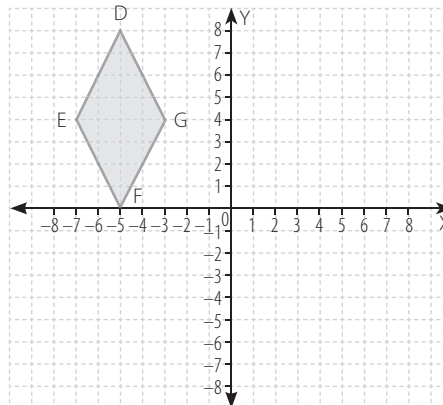
- c. $C(-8, -10) \rightarrow C'(-8, 10)$
- d. $D(1, 2) \rightarrow D'(-1, -2)$
- e. $E(3, -6) \rightarrow E'(-3, 6)$

Aplica

4. Calcula las coordenadas de los vértices de la figura imagen, dada la figura original que se refleja respecto a la recta que se indica.

- a. Triángulo de vértices $A(-2, -3)$, $B(2, -1)$ y $C(0, 6)$ se refleja respecto al eje X.
 A' B' C'
- b. Cuadrado de vértices $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(2, 2)$ y $D(0, 2)$ se refleja respecto al eje X.
 A' B' C' D'
- c. Cuadrilátero de vértices $A(-4, -10)$, $B(2, -10)$, $C(2, 5)$ y $D(-3, 0)$ se refleja respecto al eje Y.
 A' B' C' D'

5. Dibuja la figura que se obtiene al aplicar al cuadrilátero una reflexión respecto al eje Y, y luego, otra reflexión respecto al eje X.



Resuelve los siguientes problemas.

6. Si un triángulo cuyos vértices son $A(1, 2)$, $B(7, 2)$ y $C(4, 5)$ se refleja respecto al eje Y , ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de la imagen obtenida?

R: _____

7. Si un triángulo cuyos vértices son $D(5, 2)$, $E(7, 10)$ y $F(9, 0)$ se refleja respecto a una recta, siendo el punto $D'(-5, 2)$ la imagen del punto D .

- a. ¿Cuál es la recta de reflexión?

R: _____

- b. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices imágenes de los puntos E y F ?

R: _____

8. Un rombo $A(-3, 0)$, $B(0, -4)$, $C(3, 0)$ y $D(0, 4)$ se refleja respecto al eje X y luego respecto al eje Y .

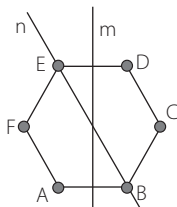
- a. ¿Cuáles son las coordenadas de la imagen?

R: _____

- b. ¿Cuál es su área? _____

- c. ¿Cuál es su perímetro? _____

9. En el hexágono regular de la figura se dibujaron dos de sus ejes de simetría, las rectas m y n .



- a. ¿Cuál es la imagen del ángulo EFA por la recta m ?

R: _____

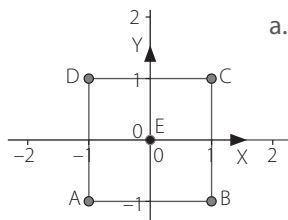
- b. ¿Cuál es la imagen del punto C por la recta n ?

R: _____

- c. ¿Cuántos ejes de simetría tiene en total el hexágono?

R: _____

10. La figura muestra un cuadrado ubicado en el plano cartesiano.



- a. Dibuja todos los ejes de simetría que faltan en la figura.

- b. ¿Cuáles son las ecuaciones de cada una de las rectas que son eje de simetría?

R: _____

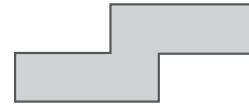
11. ¿Qué tipo de triángulo tiene exactamente un eje de simetría?

R: _____

12. ¿Qué figura geométrica tiene infinitos ejes de simetría?

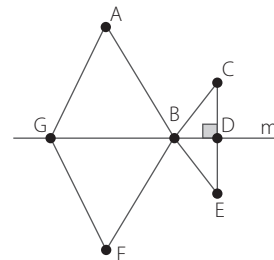
R: _____

13. La siguiente figura, ¿tiene ejes de simetría? Si es así, dibújalas.



R: _____

14. Los problemas a, b y c se resuelven con la información de la figura. La recta m es un eje de simetría y el ángulo en E mide 30° .



- a. ¿Cuánto mide el ángulo EBG ?

R: _____

- b. Si GB mide $2,2$ cm y AF mide 4 cm, ¿cuál es el área del triángulo BFG ?

R: _____

- c. Si BC mide 2 cm y DB mide 1 cm, ¿cuál es el perímetro del triángulo BED ?

R: _____

15. Si $P(3, 6)$ y $Q(3, 12)$ se reflejan sobre el eje X , ¿cuáles son las coordenadas del punto medio del segmento $P'Q'$?

R: _____

Desafío

En el plano cartesiano se dibuja la recta $y = x$ la cual se utiliza como eje de simetría.

¿Cuáles son las coordenadas de la imagen de $A(2, 5)$?

R: _____

¿Cuáles son las coordenadas de la imagen de (x, y) ?

R: _____

¿Qué es y cómo se realiza una rotación?

» Propósito

Describir la posición y el movimiento de figuras 2D al rotarlas.

Una rotación en el plano es una transformación isométrica que permite mover todos los puntos de una figura original, siguiendo un arco de circunferencia. Para ello, se requiere de un centro y de un ángulo de rotación.

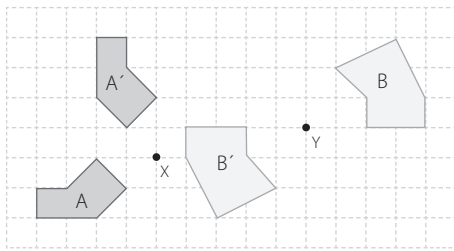
Cuando la rotación se realiza en el plano cartesiano con respecto al origen (0, 0), se producen las siguientes regularidades.

- $R_{(0, 90^\circ)}(x, y) = (-y, x)$, rotación en 90° .
- $R_{(0, 180^\circ)}(x, y) = (-x, -y)$, rotación en 180° .
- $R_{(0, 270^\circ)}(x, y) = (y, -x)$, rotación en 270° .

Practicemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Observa la imagen y completa las oraciones.



La figura A se rotó en sentido antihorario, con centro de rotación en el punto X y en un ángulo de 90° .

- a. La figura B se rotó en sentido _____, con centro de rotación en el punto _____ y en un ángulo de _____.
- b. El perímetro de la figura A' es _____ al perímetro de la figura A.
- c. El área de la figura B' es _____ al área de la figura B.
- d. Para obtener la figura A' a partir de la figura A por una rotación en sentido horario, con centro en el punto X, el ángulo de rotación debe ser de _____.
- e. La figura B' se puede obtener de la figura B haciendo dos _____.

2. Calcula la medida del ángulo (positivo) de rotación respecto al origen, dados el punto y su imagen, respectivamente.

- a. $A(5, 7) \rightarrow A'(-7, 5)$ 90°
- b. $B(1, 0) \rightarrow B'(-1, 0)$ _____
- c. $C(11, -5) \rightarrow C'(-5, -11)$ _____
- d. $D(1, 80) \rightarrow D'(1, 80)$ _____
- e. $E(-3, -4) \rightarrow E'(3, 4)$ _____

- e. $F(0, -5) \rightarrow F'(5, 0)$ _____
- f. $G(2, 0) \rightarrow G'(0, 2)$ _____

Aplica

3. Calcula las coordenadas de los vértices de la figura imagen, dada la figura original que se rota respecto al origen según el ángulo que se indica.

- a. Triángulo de vértices $A(-2, -3)$, $B(2, -1)$ y $C(0, 6)$, y $\alpha = 90^\circ$.
 A' _____ B' _____ C' _____
- b. Cuadrado de vértices $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(2, 2)$ y $D(0, 2)$, y $\alpha = 180^\circ$.
 A' _____ B' _____ C' _____ D' _____
- c. Cuadrilátero de vértices $A(-4, -10)$, $B(2, -10)$, $C(2, 5)$ y $D(-3, 0)$, y $\alpha = 270^\circ$.
 A' _____ B' _____ C' _____ D' _____

4. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

- a. _____ Si una figura geométrica se rota 90° respecto al origen del sistema de coordenadas, la imagen que se obtiene es congruente con la figura inicial.
- b. _____ Rotar una figura geométrica 90° respecto al origen del sistema de coordenadas es equivalente a rotarla en -90° respecto al mismo punto.
- c. _____ Dos rotaciones sucesivas respecto al origen, según los ángulos α y β , respectivamente, son equivalentes a una sola rotación respecto al origen, según el ángulo $\alpha + \beta$.
- d. _____ Si el punto $P(a, b)$ se rota 180° respecto al origen, se obtiene el punto $P'(-b, -a)$.
- e. _____ Si el punto $P(0, 1)$ se rota 270° respecto al origen, se obtiene el punto $P'(1, 0)$.

Resuelve los siguientes problemas.

5. Si un triángulo cuyos vértices son $D(5, 2)$, $E(7, 10)$ y $F(9, 0)$ se rota respecto al origen, según el ángulo de medida α (positivo), siendo el punto $D'(-2, 5)$ la imagen del punto D .

a. ¿Cuál es el valor de α ?

R: _____

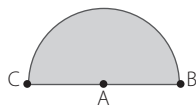
b. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices imágenes de los puntos E y F ?

R: _____

6. Si un triángulo cuyos vértices son $A(1, 2)$, $B(7, 2)$ y $C(4, 5)$ se rota 270° respecto al origen, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de la imagen obtenida?

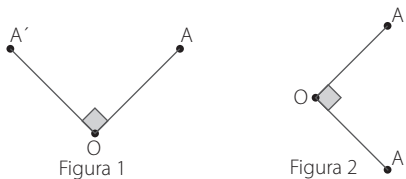
R: _____

7. La figura representa un semicírculo de centro en A . ¿Qué punto se debe elegir como centro y en qué ángulo se debe rotar la figura para producir un círculo?



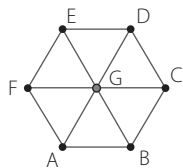
R: _____

8. La imagen muestra dos rotaciones del punto A con imagen en A' . ¿Por qué las imágenes son diferentes?



R: _____

9. La figura muestra un hexágono regular y el punto G es el centro de ella, con esa información resuelve los problemas a, b y c.



a. Uno de los vértices se rotó en 60° con centro en G , su imagen fue el punto C , ¿cuál fue el punto que se rotó?

R: _____

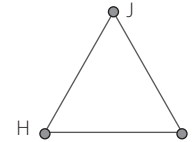
b. Uno de los vértices se rotó en -120° con centro en G , su imagen fue el punto E . ¿Cuál fue el punto que se rotó?

R: _____

- c. Uno de los vértices se rotó en -60° con centro en B , su imagen fue el punto G . ¿Cuál fue el punto que se rotó?

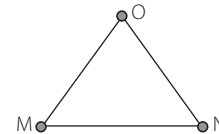
R: _____

10. La imagen muestra un triángulo equilátero. ¿Qué rotaciones se deben aplicar al triángulo para formar un hexágono?



R: _____

11. La imagen muestra un triángulo isósceles, el ángulo basal mide 54° . ¿Qué rotaciones se deben aplicar al triángulo para formar un pentágono?

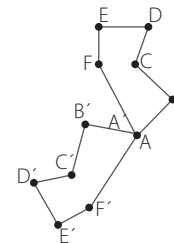


R: _____

12. Se tiene un segmento AB . Define dos rotaciones para determinar el punto C de tal manera que se forme un triángulo ABC equilátero.

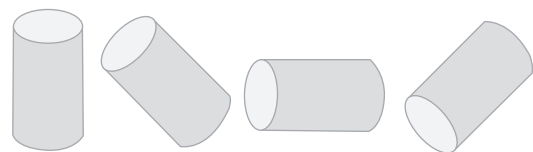
R: _____

13. Al polígono $ABCDEF$ se le aplicó una transformación cuya imagen fue el polígono $A'B'C'D'E'F'$. ¿Cuáles fueron las características de esa transformación?



R: _____

14. ¿En qué ángulo se fue rotando el cilindro de la izquierda para llegar al de la derecha?



R: _____

¿Cómo realizar transformaciones isométricas en un software?

» Propósito

Realizar transformaciones isométricas en un software y verificar sus propiedades.

Con GeoGebra o cualquier otro programa procesador geométrico podemos resolver problemas construyendo la figuras y, en este caso, las transformaciones en forma más rápida y, si sabemos entregar las instrucciones adecuadamente, sin errores.

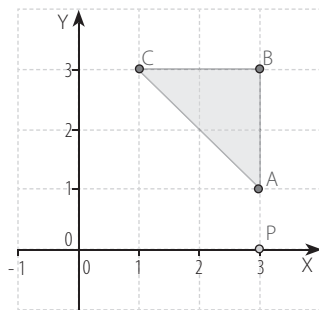
Los procesadores geométricos tienen regla y compás integrado a sus programaciones.

Practiquemos lo aprendido

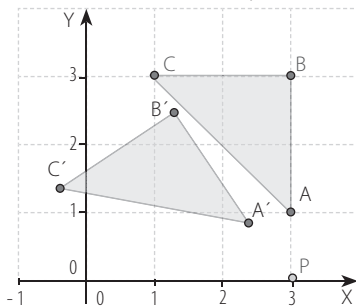
Práctica guiada

- Los vértices de un triángulo son $A(3, 1)$, $B(3, 3)$, $C(1, 3)$. Realiza una rotación en 35° con centro en el punto $P(3, 0)$.

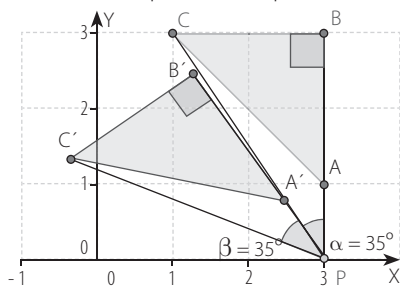
Paso 1: realizar las construcciones básicas, en este caso ubicar P y dibujar el triángulo ABC.



Paso 2: realizar la transformación pedida.



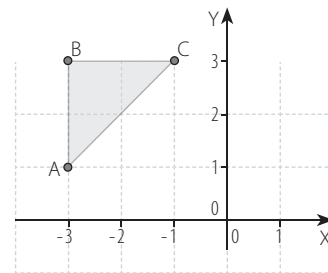
Paso 3: si se desea, se puede comprobar la solución.



Todos los ángulos con vértice en P son iguales a 35° . Las medidas de los ángulos y lados correspondientes entre el triángulo y su imagen son los mismos.

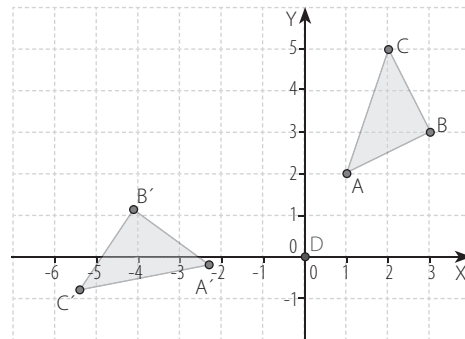
Aplica

- Traslada el triángulo de la figura según el vector $(-2, 3)$ y luego refleja la imagen sobre el eje X. ¿Cuáles son las coordenadas de la imagen final?



R: _____

- El triángulo ABC se rotó con centro en el origen obteniendo como imagen el triángulo $A'B'C'$. Copia los triángulos en GeoGebra y averigua el ángulo de la rotación.



R: _____

- Describe el procedimiento que seguiste para obtener la respuesta del problema anterior.

R: _____

- ¿En qué otro ángulo podría haberse rotado para obtener la misma imagen?

R: _____

Resuelve los siguientes problemas.

4. Dibuja el triángulo de vértices $A(1, 2)$, $B(2, 5)$ y $C(2, 2)$ y las rectas paralelas al eje Y que pasan por $x = 2$, por $x = 4$ y por $x = 6$.

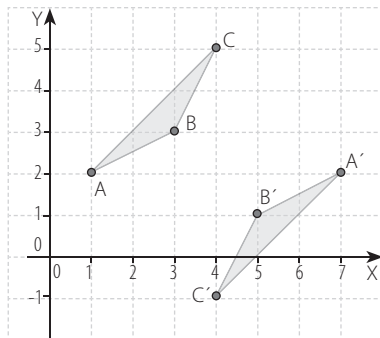
- a. Refleja el triángulo respecto a la primera recta, luego su imagen respecto a la segunda y la segunda imagen respecto a la última. Registra tus resultados en la siguiente tabla.

$A(1, 2)$,	A'		
$B(2, 5)$,	B'		
$C(2, 2)$	C'		

- b. Si quisieras reflejar el triángulo ABC y obtener el triángulo $A''B''C''$ con solo una reflexión, ¿dónde ubicarías la recta correspondiente al eje de simetría? Justifica tu respuesta.

R: _____

5. Copia en GeoGebra los triángulos de la figura y realiza las construcciones adecuadas para encontrar el punto P, centro de la reflexión.



- a. ¿Cuáles son las coordenadas de P?

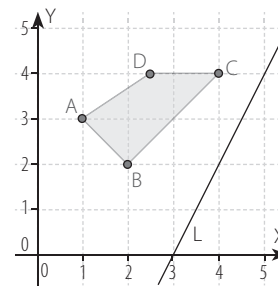
R: _____

- b. Describe el procedimiento que seguiste para obtener la respuesta del problema anterior.

R: _____

6. El programa GeoGebra tiene herramientas para realizar automáticamente las transformaciones, pero en este problema no las podrás usar.

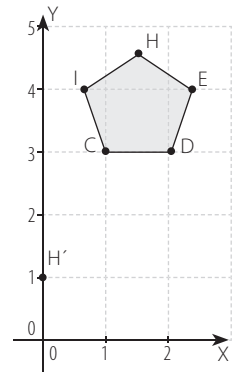
Copia la figura dada en la imagen y refléjala sobre la recta L utilizando las herramientas, segmentos, rectas perpendiculares y medidas de segmentos.



- a. ¿Cuáles son las coordenadas de las imágenes de los vértices?

R: _____

7. Construye el pentágono de la figura y trasládalo de manera que la imagen del vértice H sea el punto marcado como H' .



- a. ¿Cuál es el vector traslación?

R: _____

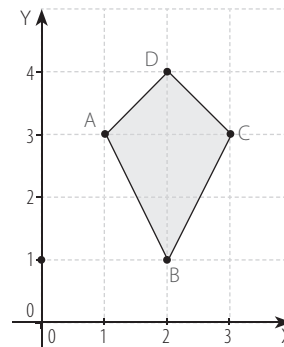
- b. ¿Cuáles son las coordenadas de C' ?

R: _____

- c. ¿Cómo lo hiciste?

R: _____

8. Copia la figura de la imagen y róta, con centro en el origen, y con el menor ángulo posible de manera que toda la imagen se ubique en el tercer cuadrante.



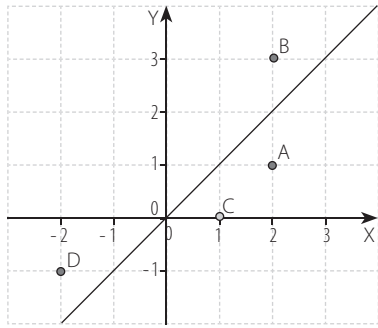
- a. ¿Cuál es el ángulo de rotación que usaste?

R: _____

- b. ¿Cuál es el mayor ángulo que permitiría que la figura se ubicara en ese cuadrante?

R: _____

9. La figura muestra la recta $y = x$ y además, los puntos A, B, C y D. Cópiala en GeoGebra.



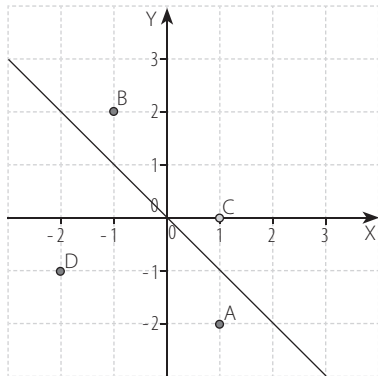
- a. Refleja cada uno de los puntos y registra las coordenadas de los puntos y sus imágenes en la siguiente tabla.

	A	A'	B	B'	C	C'	D	D'
x								
y								

- b. ¿Qué relación puedes establecer entre las coordenadas de un punto y su imagen cuando se refleja sobre la recta $x = y$?

R: _____

10. La figura muestra la recta $y = -x$ y los puntos A, B, C y D. Cópiala en GeoGebra.



- a. Refleja cada uno de los puntos y registra las coordenadas de los puntos y sus imágenes en la siguiente tabla.

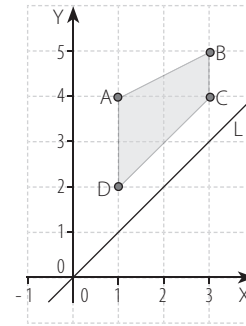
	A	A'	B	B'	C	C'	D	D'
x								
y								

- b. ¿Qué relación puedes establecer entre las coordenadas de un punto y su imagen cuando se refleja sobre la recta $y = -x$?

R: _____

11. La siguiente figura muestra el cuadrilátero ABCD y la recta $x = y$.

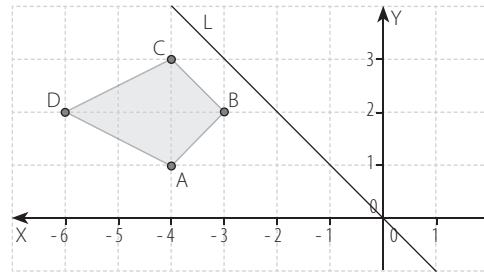
Calcula las coordenadas de los vértices de la imagen del cuadrilátero luego de ser reflejado mediante L. Comprueba tus resultados utilizando GeoGebra.



R: _____

12. La siguiente figura muestra el cuadrilátero ABCD y la recta $y = -x$.

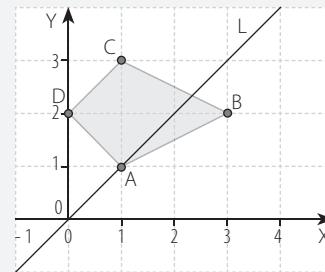
Calcula las coordenadas de los vértices de la imagen del cuadrilátero luego de ser reflejado mediante L. Comprueba tus resultados utilizando GeoGebra.



R: _____

Desafío

Calcula las coordenadas de los vértices de la imagen de la figura que se muestra a continuación luego de una reflexión mediante L. Comprueba tu resultado en GeoGebra.



R: _____

¿Cómo componer transformaciones isométricas?

» Propósito

Resolver problemas relacionados con la composición de transformaciones isométricas.

Una composición de transformaciones isométricas es una aplicación sucesiva de isometrías a una figura.

Por medio de la composición de isometrías y de uno o varios polígonos se puede embaldosar o teselar una superficie.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

V Cuando se realizan dos rotaciones el resultado es una rotación.

- _____ Cuando se componen dos rotaciones sus ángulos de rotación se restan.
- _____ Cuando se componen dos rotaciones se debe mantener el centro de rotación.
- _____ Si se componen dos reflexiones, el resultado es una traslación.
- _____ Si se componen dos traslaciones, los vectores de traslación se suman.

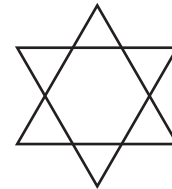
2. Completa las siguientes afirmaciones.

Se realiza una rotación con centro en O y ángulo de 55° y luego, la imagen se rota en 65° . La relación entre la primera y la última figura es una rotación con centro en O y ángulo de rotación de 120° .

- Se aplica una traslación de vector $(3, -2)$ y luego una de $(5, 1)$. La figura original se trasladó con vector _____.
- Se rota una figura en 75° y su imagen se rota en _____ y el resultado es la figura original.
- Una figura se refleja sobre una recta y su imagen se refleja sobre la misma recta, la imagen original y la final es la _____.
- Una figura se traslada bajo el vector $(-5, 3)$, a su imagen se le debe aplicar otra traslación bajo el vector _____, para obtener la figura original.

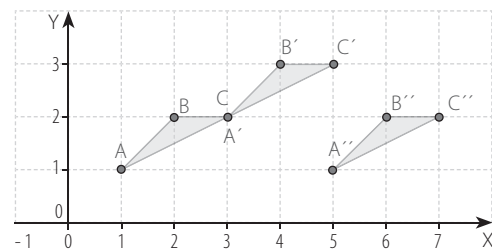
Aplica

3. La figura representa la estrella de David que aparece en la bandera de Israel. Considerando un triángulo equilátero, ¿qué transformaciones isométricas permiten lograr la figura completa?



R: _____

4. Al triángulo ABC se le aplicó una traslación y luego otra a su imagen, resultando el triángulo $A''B''C''$.



- a. Determina los vectores utilizados.

R: _____

- b. ¿Qué vector se le puede aplicar al triángulo ABC para producir directamente el triángulo $A''B''C''$?

R: _____

- c. ¿Qué vectores diferentes a los anteriores se le pueden aplicar al triángulo $A''B''C''$ para obtener el triángulo ABC ?

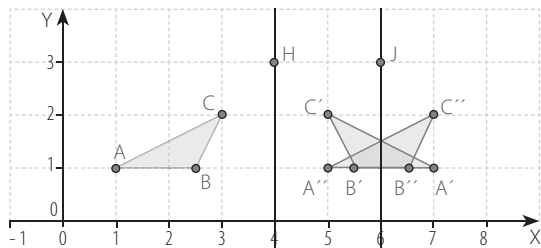
R: _____

- d. Cuando se realizan varias traslaciones sucesivas, ¿siempre el resultado es una traslación?

R: _____

Resuelve los siguientes problemas

5. Partiendo con el triángulo ABC se obtuvo el triángulo A''B''C''.



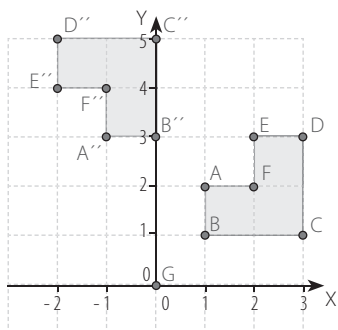
- a. Describe las dos reflexiones efectuadas.

R: _____

- b. ¿Qué otra transformación isométrica se le puede aplicar al triángulo ABC para que su imagen sea el triángulo A''B''C''? Descríbela.

R: _____

6. Al polígono ABCDEF se le aplicó una rotación en 90° con centro en O y luego una traslación con cierto vector obteniendo el polígono A''B''C''D''E''F''.



- a. ¿Cuáles pueden ser dos transformaciones, diferentes a las recíprocas de las efectuadas, que pueden tener la misma imagen final?

R: _____

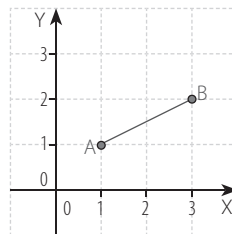
- b. ¿Es la respuesta a. la única posible? Justifica tu respuesta.

R: _____

- c. Define dos transformaciones partiendo de A''B''C''D''E''F'' para producir el polígono ABCDEF.

R: _____

7. Un triángulo equilátero puede construirse a partir de un trazo y rotaciones. Observa la imagen y responde las siguientes preguntas.



- a. ¿Cuántas rotaciones se deben efectuar?

R: _____

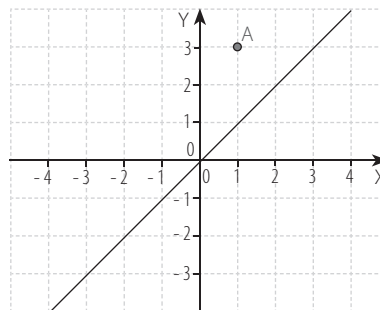
- b. Describe la primera rotación.

R: _____

- c. Describe la segunda rotación.

R: _____

8. En el plano cartesiano de la figura se dibujaron el punto A y la recta $x = y$.



- a. Refleja el punto A sobre el eje X y luego sobre la recta $x = y$. ¿Cuáles son las coordenadas de la imagen final?

R: _____

- b. Ahora refleja el punto A sobre la recta $x = y$. Luego, refleja la imagen sobre el eje X. ¿Cuáles son las coordenadas de la imagen final?

R: _____

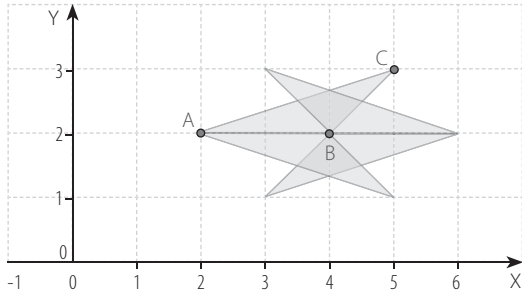
- c. ¿Son conmutativas las reflexiones? Justifica tu respuesta.

R: _____

d. Realiza la misma actividad pero ahora con dos traslaciones. ¿Llegas a la misma conclusión? Justifica tu respuesta.

R: _____

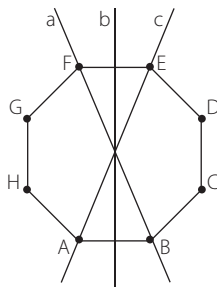
9. Carolina partió con el triángulo ABC y creó la figura que se muestra.



Describe completamente dos transformaciones que pudo haber utilizado para realizarla.

R: _____

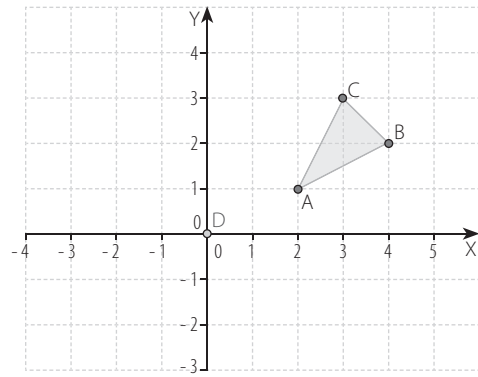
10. La figura muestra un octógono regular y las rectas a, b y c. La recta b contiene los puntos medios de los lados AB y EF del octógono.



Con el punto G realiza las reflexiones indicadas y entrega el punto imagen final.

- Reflexión sobre b y luego sobre a.
R: _____
- Reflexión sobre a y luego sobre c.
R: _____
- Reflexión sobre a y luego sobre c y luego sobre b.
R: _____
- ¿Qué par de reflexiones del punto H resultan en el punto F?
R: _____

11. La imagen muestra el triángulo ABC.



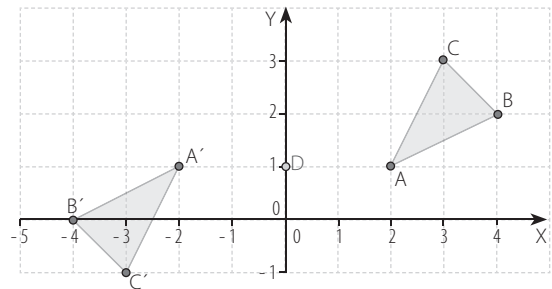
a. En el plano cartesiano rota con centro en el origen la figura en 90° y luego su imagen en 90° más. ¿Cuál rotación puede representar ambas?

R: _____

b. Si se rota una figura más de una vez, ¿siempre se pueden sumar los ángulos y mantener el centro para realizar una sola rotación?

R: _____

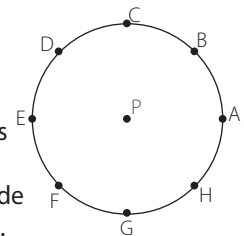
12. La figura muestra una rotación en 180° .



a. ¿Qué otra transformación tiene el mismo efecto en el triángulo ABC?

R: _____

13. La figura muestra una circunferencia que ha sido dividida en arcos de igual medida. Encuentra las imágenes pedidas en cada caso, sabiendo que $R_{P, \alpha}$ (A) significa la rotación de centro P y ángulo α del punto A.



- $R_{P, 45^\circ}$ y luego $R_{P, 90^\circ}$ del punto C.
R: _____
- $R_{P, -45^\circ}$ luego $R_{P, 90^\circ}$ y finalmente $R_{P, -270^\circ}$ del punto G.
R: _____
- ¿Qué par de rotaciones positivas sobre F resultan como imagen H?
R: _____

¿Cómo realizar teselaciones?

» Propósito

Aplicar transformaciones isométricas para realizar teselaciones.

- Un teselado o teselación es un cubrimiento del plano por figuras planas, de modo que estas no se superponen ni dejan espacios entre ellas.
- Las teselaciones se construyen aplicando transformaciones isométricas a las figuras que la componen.
- Cuando las figuras que componen una teselación son polígonos, éstas se pueden clasificar en regulares y semirregulares.
 - Una teselación es regular cuando se construye aplicando transformaciones a un solo polígono regular.
 - Una teselación es semirregular cuando se construye utilizando una combinación de distintos polígonos regulares.
- En un vértice de un teselado, la suma de los ángulos interiores de todos los polígonos que concurren en él debe ser igual a 360° .

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

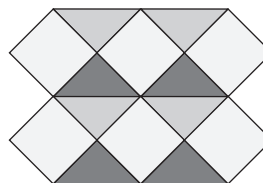
1. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

- Es posible teselar un plano usando solo traslaciones.
- _____ Para formar una teselación se puede utilizar una combinación de transformaciones isométricas.
 - _____ Una teselación regular está compuesta por dos o más polígonos regulares.
 - _____ Un triángulo isósceles rectángulo puede teselar el plano.
 - _____ Un polígono regular de siete lados puede teselar el plano.
 - _____ Una traslación es un recubrimiento del plano por medio de figuras 2D.
 - _____ En una teselación, la suma de los ángulos interiores de los polígonos que coinciden en un vértice es 360° .
 - _____ Las teselaciones solo se pueden hacer con polígonos regulares.
 - _____ Se puede teselar el plano con circunferencias.
 - _____ Un octágono puede estar en una teselación regular del plano.
 - _____ Un octágono puede estar en una teselación semirregular del plano.
 - _____ Un polígono regular de cinco lados puede teselar el plano.

Aplica

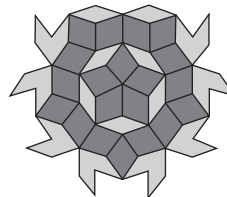
2. Indica si las siguientes imágenes son teselaciones o no. Justifica tu elección.

a.



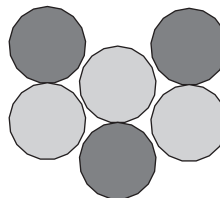
Sí	No
----	----

b.



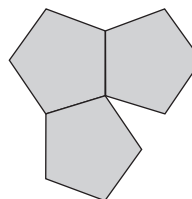
Sí	No
----	----

c.



Sí	No
----	----

d.

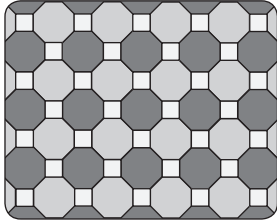


Sí	No
----	----

Resuelve los siguientes problemas.

3. Identifica si las siguientes teselaciones son regulares o semirregulares.

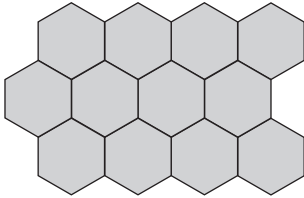
a.



Regular

Semirregular

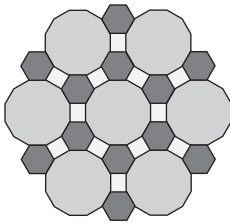
b.



Regular

Semirregular

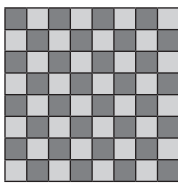
c.



Regular

Semirregular

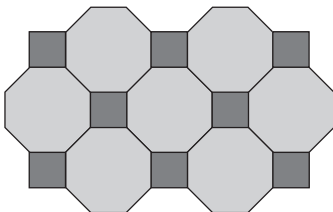
d.



Regular

Semirregular

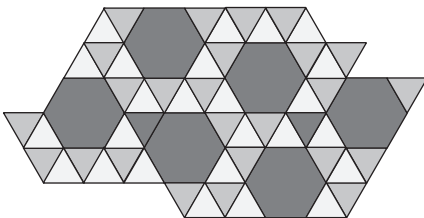
e.



Regular

Semirregular

4. Analiza la teselación que se muestra. Luego, responde.



a. ¿Qué transformación isométrica relaciona a los triángulos grises entre sí?

R: _____

b. ¿Qué transformación isométrica relaciona a los triángulos grises con los triángulos blancos adyacentes?

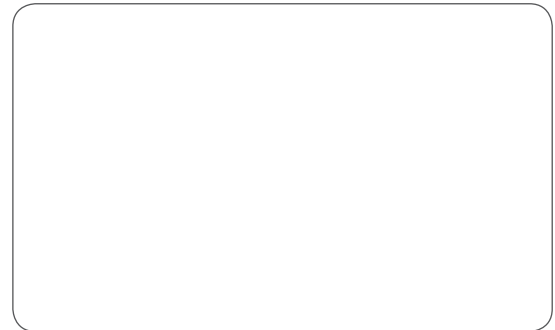
R: _____

c. Dibuja una base para la teselación, es decir, una configuración de los polígonos involucrados que permita construir la teselación solamente con traslaciones de esta configuración.

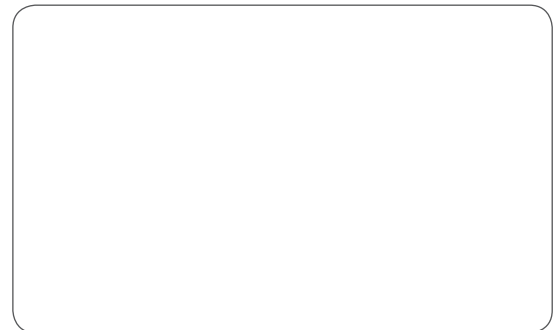


5. Construye una teselación con las características dadas. Para ello, utiliza los instrumentos geométricos que estimes convenientes.

a. Teselación regular formada por rectángulos.



b. Teselación semirregular formada por cuadrados y triángulos equiláteros.



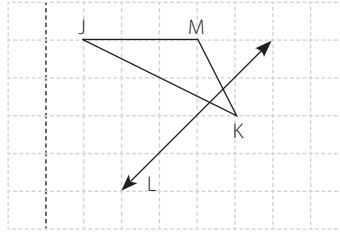
Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 36, 37 y 38

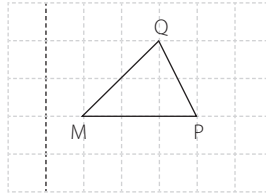
Las traslaciones, reflexiones y rotaciones son las llamadas transformaciones isométricas. Para realizarlas necesitas una figura y la información específica de cada transformación.

1 Construye la imagen en cada caso.

a. Reflexión respecto a la recta L.



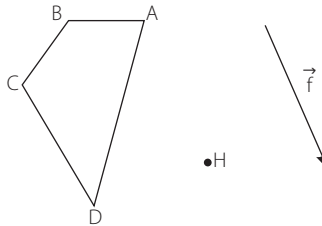
b. Rotación en 90° respecto del punto Q.



Lección 39

En la composición de transformaciones es importante el orden en que se realizan, porque algunas de ellas no son conmutativas.

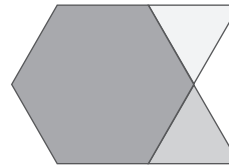
2 Traslada el cuadrilátero ABCD según el vector y luego rota la imagen en -90° con centro en H.



Lección 40

Una teselación debe cumplir la condición que en un vértice de un teselado, la suma de los ángulos interiores de todos los polígonos que concurren en él debe ser igual a 360° .

3 Observa el polígono de la figura formado por 2 triángulos equiláteros y un hexágono regular.



a. ¿Se puede teselar el plano con ella? Justifica tu respuesta.

R: _____

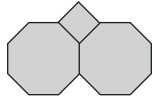
b. ¿Con qué transformaciones puedes teselar el plano con esa figura?

R: _____

Desafíos de integración

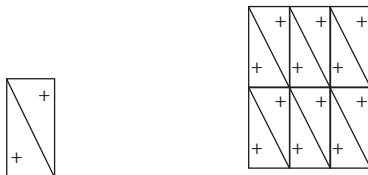
Resuelve los siguientes problemas que involucran transformaciones.

1. Copia la figura dada en un papel transparente y realiza la teselación en el espacio siguiente.



2. Observa las figuras dadas y responde las preguntas.

- a. ¿Qué transformaciones isométricas deben aplicarse a la figura para formar la teselación?



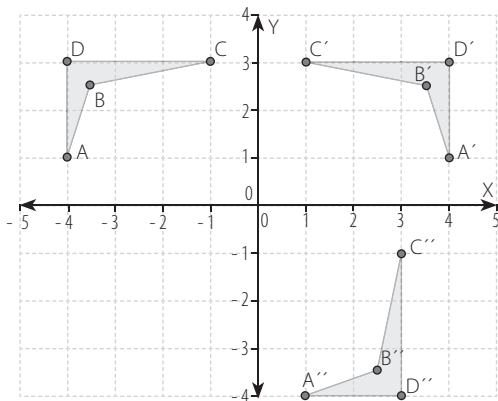
R: _____

- b. ¿Y si la figura fuera la siguiente?



R: _____

3. Describe las transformaciones que se le aplicaron al polígono ABCD.



R: _____

4. Responde las siguientes preguntas.

- a. ¿Qué condiciones debe cumplir un triángulo para que tenga tres ejes de simetría?

R: _____

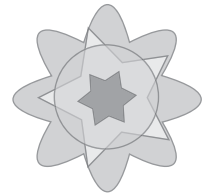
- b. ¿Qué condiciones debe cumplir un triángulo para que tenga dos ejes de simetría?

R: _____

- c. ¿Qué condiciones debe cumplir un triángulo para que no tenga ejes de simetría?

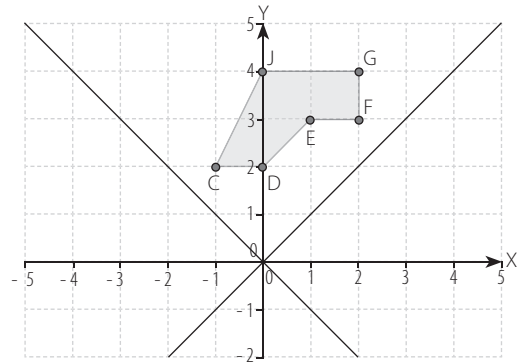
R: _____

5. ¿Cuál es el menor ángulo de rotación que se puede aplicar a esta figura para que quede la figura inicial?



R: _____

6. ¿Cuál es el menor ángulo de rotación que se puede aplicar a esta figura para que quede la figura inicial?



- a. Refleja el polígono original sobre cada una de las rectas.

R: _____

- b. ¿Encuentras alguna relación entre los vértices correspondientes de las dos imágenes?

R: _____

Estrategia: Aplicar procesos reversibles

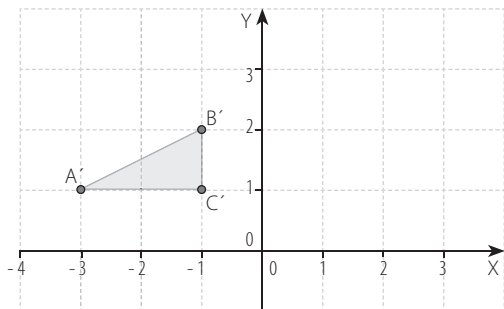
Trata de empezar por el final cuando conozcas el resultado final de una serie de pasos y quieras saber lo que sucedió al comienzo.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.

1 Resuelve los problemas aplicando el proceso reversible.

1. La siguiente figura la utilizarás para resolver los problemas a, b, c y d.



- a. Si el triángulo $A'B'C'$ es el resultado de una traslación bajo el vector $\vec{v} = (2, -3)$, ¿cuáles son las coordenadas de la preimagen, es decir, el triángulo ABC ?

R: _____

- b. Si el triángulo $A'B'C'$ es el resultado de una rotación en 90° con centro en el origen. ¿Cuáles son las coordenadas de la preimagen?

R: _____

- c. Si el triángulo $A'B'C'$ es el resultado de una reflexión sobre el eje X . ¿Cuáles son las coordenadas de la preimagen, es decir, el triángulo ABC ?

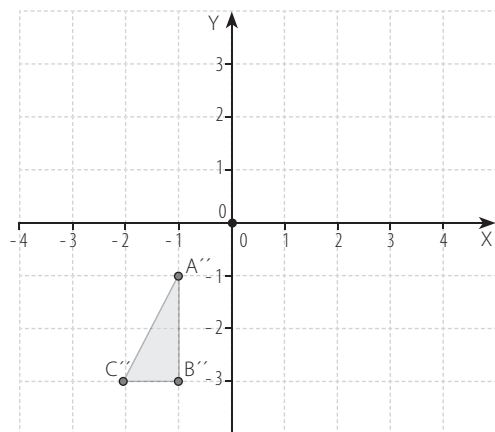
R: _____

- d. Si el triángulo ABC es el resultado de una simetría central con centro en O . ¿Cuáles son las coordenadas de la preimagen, el triángulo ABC ?

R: _____

2. El triángulo ABC se rotó en 90° con centro en O obteniendo el triángulo $A'B'C'$, ese triángulo se reflejó sobre el eje X , obteniendo el triángulo $A''B''C''$ que muestra la figura.

- a. Realiza en el plano cartesiano de la figura las transformaciones requeridas para obtener el triángulo ABC original.



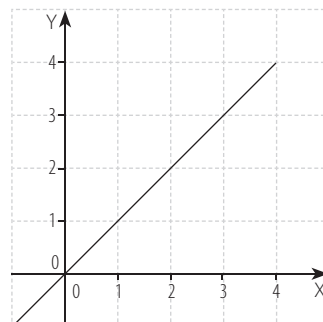
- b. ¿Cuáles son las coordenadas del triángulo $A'B'C'$?

R: _____

- c. ¿Cuáles son las coordenadas del triángulo ABC ?

R: _____

3. El cuadrado cuyos vértices son $A'(1, 1)$, $B'(3, 1)$, $C'(3, 3)$, $D'(1, 3)$ es la imagen de un cuadrado que se reflejó sobre la recta $x = y$, ¿Cuáles son las coordenadas de la preimagen? Dibújala en el plano cartesiano.



2 En cada caso determina si puedes resolver el problema directamente o si debes partir del final. Luego, resuelve cada uno de ellos.

a. Las coordenadas de un triángulo que se rota en 90° con centro en O son $P(1,3)$, $Q(-1, 3)$ y $R(-1, 0)$. ¿Cuáles son las coordenadas de la imagen de sus vértices?

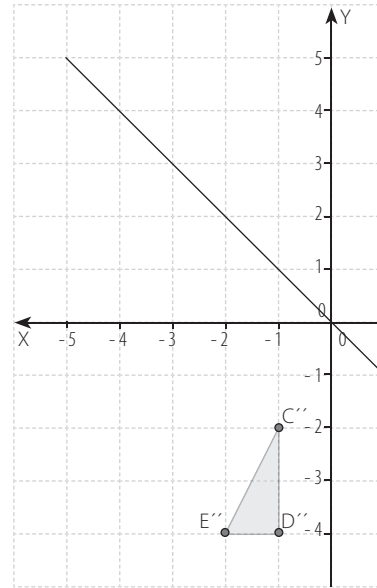
R: _____

b. Define dos combinaciones de dos transformaciones que sean conmutativas.

R: _____

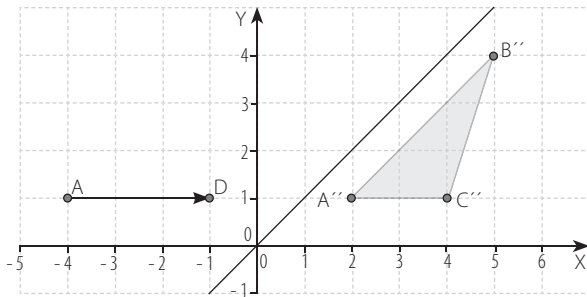
c. La figura muestra un triángulo que fue reflejado sobre la recta $y = -x$ y luego fue reflejado sobre el eje X. Encuentra las coordenadas del triángulo original.

R: _____



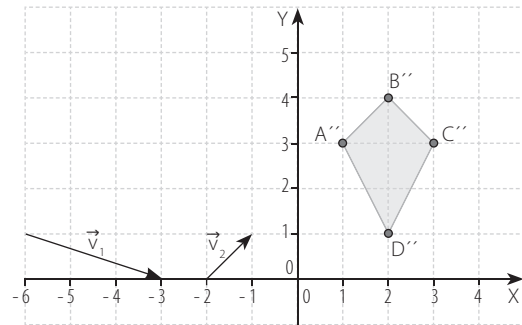
3 A continuación encontrarás una imagen. Inventa un problema que se pueda resolver con la estrategia presentada y luego, compártelos con tus compañeros y compañeras.

a.



Problema: _____

b.



Problema: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre analizar la información dada en un problema.

1. Explica con tus palabras la estrategia presentada.

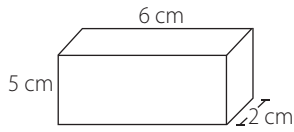
2. ¿Cómo resolviste el problemas 1. e?

3. Explica paso a paso como resolviste el problema f. de la página anterior.

¿Qué aprendí?

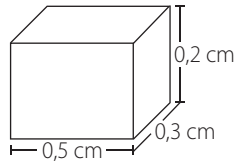
I. Resuelve los siguientes ejercicios.

1. ¿Cuál es el área total del siguiente prisma recto?



R: _____

2. ¿Cuál es el volumen del siguiente prisma recto?

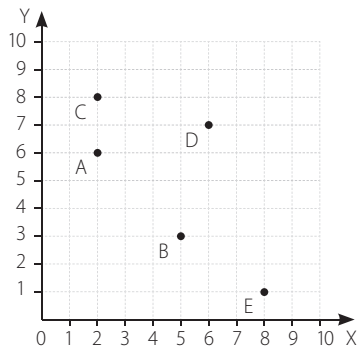


R: _____

3. El radio de un cilindro es 2 m y su altura es 5 m, ¿cuál es su superficie?

R: _____

4. Completa las siguientes afirmaciones con la información del plano cartesiano.



- Las coordenadas del punto B son _____
- El punto cuya ordenada es cuatro veces la abscisa es _____
- El punto que tiene coordenadas (6, 7) es _____
- La primera coordenada del vector \vec{AC} es _____
- Las coordenadas del vector son \vec{BD} _____
- La suma de vectores $\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC}$ es igual al vector _____

5. Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 9 cm y 12 cm, ¿cuánto mide la hipotenusa?

R: _____

6. ¿Cuál es el área de un cuadrado si su diagonal mide 20 cm?

R: _____

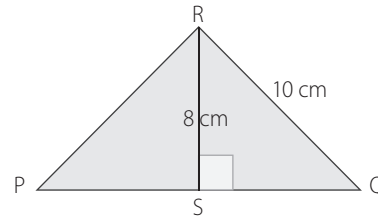
7. Uno de los catetos de un triángulo mide 5 cm y la hipotenusa mide 12 cm. ¿Cuál es su área?

R: _____

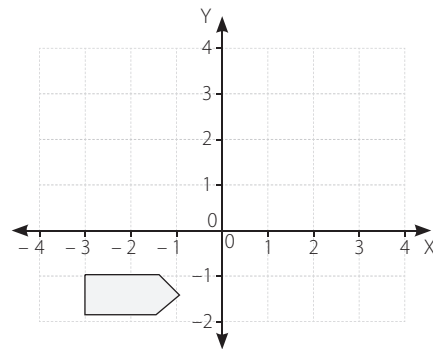
8. ¿Cuál es el perímetro de un triángulo si sus catetos miden 16 cm y 12 cm?

R: _____

9. La figura muestra un triángulo isósceles, ¿cuánto mide la base PQ?



10. Refleja la figura sobre el eje X y luego trasládalo según el vector (4, 1)



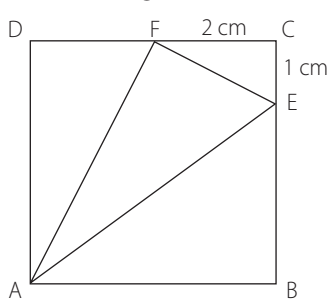
II. Resuelve los siguientes problemas

1. El vaso de la figura es un cilindro, su diámetro mide 10 cm, su altura es 25 cm y el nivel del agua llega a 5 cm de la base. ¿Cuánta agua se necesita para llenar el vaso?



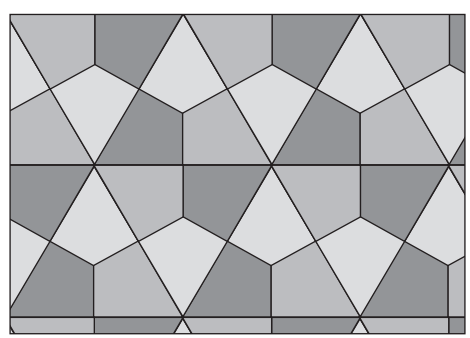
R: _____

2. La figura muestra un cuadrado de lado 4 cm, ¿el triángulo AEF es rectángulo? Justifica tu respuesta.



R: _____

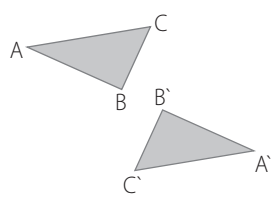
3. Observa la teselación de la figura y responde las preguntas.



- a. ¿Cuál es la figura básica que forma este teselado?
 R: _____
- b. ¿Qué transformaciones permiten realizar la teselación?
 R: _____

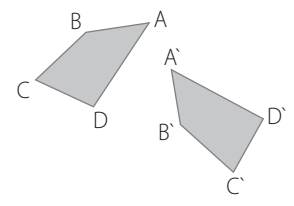
III. En las siguientes preguntas marca la opción correcta.

- 1. ¿Qué transformación se efectuó al triángulo ABC para obtener el triángulo A'B'C'?
- A. Traslación.
 - B. Homotecia.
 - C. Simetría axial.
 - D. Simetría central.



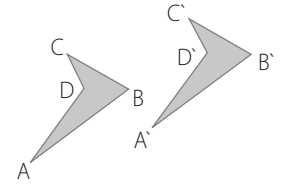
2. ¿Qué transformación isométrica puedes observar en el siguiente dibujo?

- A. Rotación.
- B. Traslación.
- C. Simetría axial.
- D. Ninguna de las anteriores.



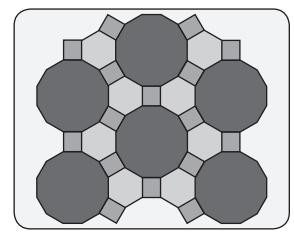
3. ¿Qué transformación se puede observar en el siguiente dibujo?

- A. Rotación.
- B. Traslación.
- C. Simetría axial.
- D. Simetría central.



4. Si la siguiente teselación está compuesta por cuadrados, hexágonos regulares y dodecágonos regulares, ¿a qué tipo de teselación corresponde?

- A. Regular.
- B. Irregular.
- C. Isométrica.
- D. Semi regular.



5. ¿Qué nombre recibe una teselación en la que interviene un solo polígono regular?

- A. Teselación regular.
- B. Teselación irregular.
- C. Teselación isométrica.
- D. Teselación semi regular.

6. La figura rota en 90°, ¿cuál es su imagen?

- A.
- B.
- C.
- D.

¿Cómo interpretar la información de un gráfico?

» Propósito

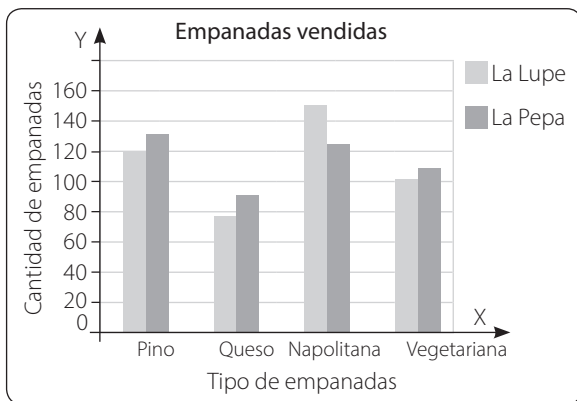
Interpretar la información contenida en distintos tipos de gráficos.

Para interpretar la información de un gráfico, primero debes identificar qué tipo de gráfico (barra, histograma o gráfico circular). Si el gráfico es de barra o es un histograma, debes identificar lo que representa cada eje. En el caso del gráfico circular, debes identificar qué representa cada sector del gráfico. Ten en cuenta que el histograma sirve para graficar variables que son continuas y que se pueden representar en intervalos.

Practicemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Analiza el siguiente gráfico. Luego, responde.



¿Qué representa el gráfico?

La cantidad de empanadas de cada tipo vendidas en dos locales.

a. ¿Cuál es la variable en estudio? y ¿cuáles son sus valores?

R: _____

b. ¿Qué representa el eje horizontal?

R: _____

c. ¿Qué representa el eje vertical?

R: _____

d. ¿Qué representan las barras verdes?

R: _____

e. ¿Qué representan las barras moradas?

R: _____

f. ¿Qué tipo de empanada es el que menos se vende?

R: _____

g. ¿Qué local vende más empanadas de pino?

R: _____

h. ¿Qué local vende más empanadas napolitanas?

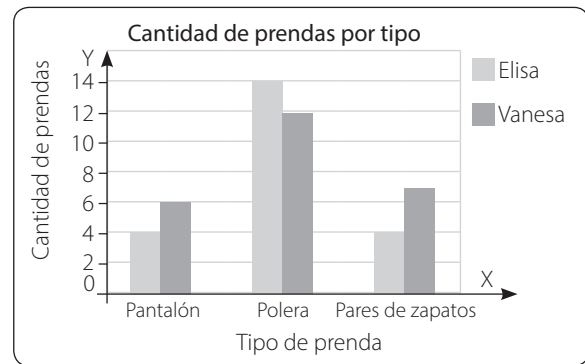
R: _____

i. ¿Cuál vende más empanadas en total?

R: _____

Aplica

2. Determina si las siguientes afirmaciones con respecto al gráfico de barras doble son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.



a. _____ Elisa tiene más prendas de vestir que Vanessa.

b. _____ La mayor diferencia entre la cantidad de prendas se da en los pares de zapatos.

c. _____ Ambas tienen más poleras que pantalones.

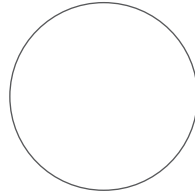
d. _____ Elisa tiene la misma cantidad de pantalones que Vanessa.

e. _____ Vanessa tiene más cantidad de pantalones que de poleras.

f. _____ Vanessa tiene más poleras que Elisa.

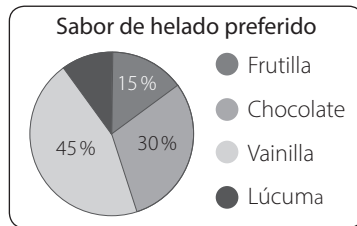
3. Construye un gráfico circular para los siguientes datos. Luego, responde.

Estado de los días mes de abril	
Días	Frecuencia
Nublados	15
Lluviosos	12
Despejados	3



- a. ¿Qué porcentaje del total son los días nublados?
R: _____
- b. ¿De cada diez días del mes de abril, cuántos fueron despejados?
R: _____
- c. ¿Qué porcentaje del total son los días soleados?
R: _____

4. Analiza el siguiente gráfico. Luego, responde.



- a. ¿Qué representa el gráfico?
R: _____
- b. ¿Qué representa el sector de menor área?
R: _____
- c. ¿Qué porcentaje de personas prefiere el helado de lúcuma?
R: _____
- d. ¿Cuál es el sabor de helado preferido por más personas?
R: _____
- e. ¿Qué sabor de helado es preferido por el 15 % de las personas?
R: _____
- f. Si la encuesta fue respondida por 180 personas, ¿cuántas de ellas prefieren helado de chocolate?
R: _____
- g. Si la encuesta fue respondida por 300 personas, ¿cuántas de ellas prefieren el helado de frutilla?
R: _____

- h. Si la encuesta fue respondida por 500 personas, ¿cuántas de ellas prefieren el helado de lúcuma?
R: _____

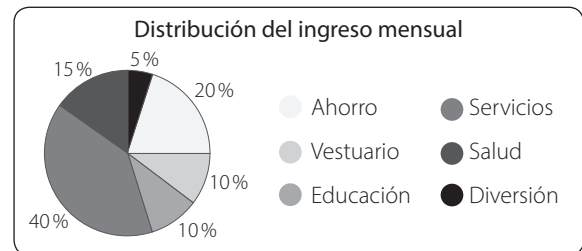
5. Analiza la información de la tabla. Luego, responde.

Cantidad de árboles plantados					
Campo \ Árbol	Pino	Belloto	Boldo	Peumo	
Vientos del sur	58	63	80	77	
Aguas claras	70	65	80	92	

- a. ¿Cuántos boldos fueron plantados en el campo de Aguas claras?
R: _____
- b. ¿Cuántos pinos fueron plantados en el campo Vientos del sur?
R: _____
- c. ¿Cuántos árboles fueron plantados en total en el campo Aguas claras?
R: _____
- d. ¿Qué tipo de árbol fue plantado en menor cantidad en el campo de Aguas claras?
R: _____

6. Analiza la información del gráfico. Luego, responde.

El gráfico muestra la distribución del ingreso mensual de una familia.



- a. Si un mes la familia ganó \$ 830 000, ¿cuánto dinero destinó a cada ítem?
Ahorro: \$ _____ Diversión: \$ _____
Educación: \$ _____ Salud: \$ _____
- b. Si al mes siguiente las proporciones de cada ítem se mantienen, pero la familia recibió un ingreso de \$ 950 000, ¿cuánto dinero destinó a cada ítem?
Vestuario: \$ _____
Ahorro: \$ _____
Salud: \$ _____
Servicios: \$ _____

¿Cómo comparar gráficos?

» Propósito

Evaluar la forma en que está representada la información en gráficos.

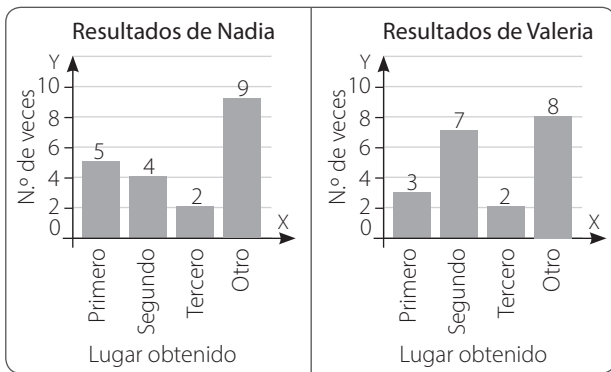
Para interpretar gráficos y poder compararlos, puedes seguir estos pasos:

- 1: comprender la información que representan los elementos de cada gráfico.
- 2: comparar las escalas y analizar los valores de las categorías.
- 3: interpretar las comparaciones para comunicar las conclusiones.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Los siguientes gráficos representan las posiciones que obtuvieron dos atletas durante las mismas competencias en un año.



Paso 1: comprender la información que representan los elementos de cada gráfico

¿Qué representa el eje horizontal?

El eje horizontal representa las posiciones que de las atletas durante las competencias de un año.

a. ¿Qué representa el eje vertical?
R: _____

b. ¿Cuántas categorías existen?
R: _____

Paso 2: Compara y analiza las categorías.

a. ¿Cómo son las escalas utilizadas?
R: _____

b. ¿Cómo son los valores para cada categoría?
R: _____

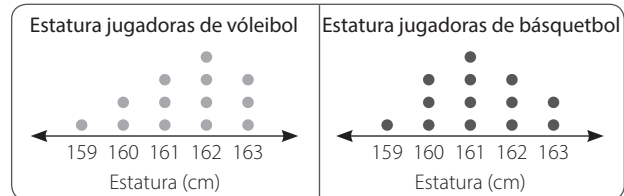
Paso 3: Redacta conclusiones.

Conclusión 1: _____

Conclusión 2: _____

Aplica

2. Analiza y compara los gráficos. Luego, escribe tres conclusiones.



Paso 1: Comprender la información que representan los elementos de cada gráfico.

a. ¿Qué representa el eje horizontal?
R: _____

b. ¿Qué representa el eje vertical?
R: _____

c. ¿Cuántas categorías existen?
R: _____

Paso 2: Comparar las escalas y analizar los valores de las categorías.

a. ¿Cómo son las escalas utilizadas?
R: _____

b. ¿Cómo son los valores para cada categoría?
R: _____

Paso 3: Interpretar las comparaciones para comunicar las conclusiones.

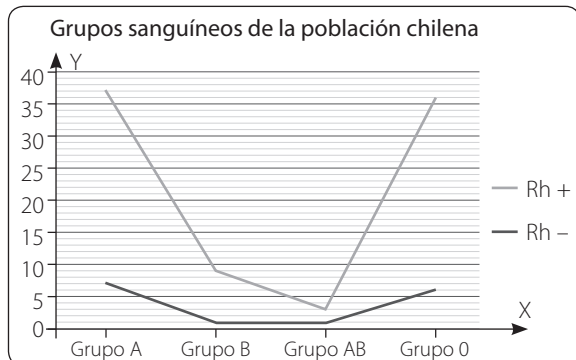
Conclusión 1: _____

Conclusión 2: _____

Conclusión 3: _____

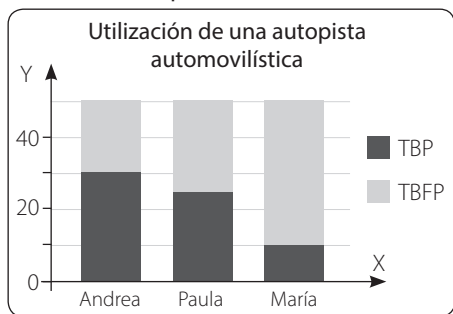
Resuelve los siguientes problemas.

3. El gráfico muestra la distribución de la población chilena según su tipo de sangre, considerando el grupo sanguíneo y el Rh.



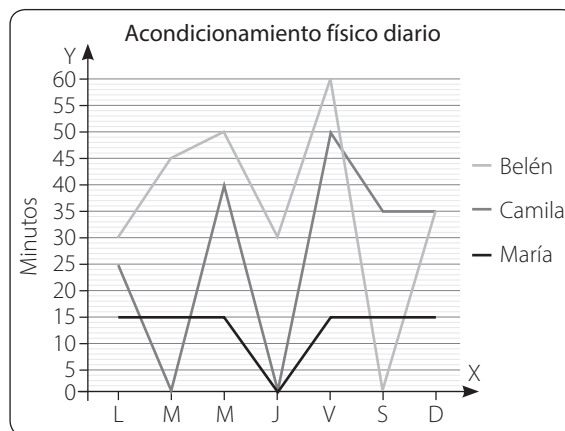
De acuerdo a la información, compara y responde:

- ¿Qué tipo de sangre es el más común en la población chilena?
R: _____
 - ¿Qué tipo de sangre es el más escaso en la población chilena?
R: _____
 - ¿Qué representa el eje vertical?
R: _____
 - ¿Qué representa el eje horizontal?
R: _____
 - ¿Qué se está comparando en el gráfico?
R: _____
 - Si analizas el grupo de sangre, ¿qué puedes concluir?
R: _____
 - Si analizas el Rh, ¿qué puedes concluir?
R: _____
4. El gráfico muestra la frecuencia con que deben pagar las distintas tarifas de una autopista automovilística tres amigas, estas pueden ser tarifa base punta (TBP) o tarifa base fuera de punta (TBFP).



- ¿Qué representa el eje horizontal?
R: _____
- ¿Qué representa el eje vertical?
R: _____
- ¿Cuál de las tres amigas utiliza más la autopista en el horario que se paga la tarifa base punta?
R: _____
- ¿Cuál de las tres amigas utiliza más la autopista en el horario que se paga la tarifa base fuera de punta?
R: _____
- Escribe tres conclusiones respecto al gráfico anterior:
Conclusión 1: _____
Conclusión 2: _____
Conclusión 3: _____

5. Tres amigas comparan el tiempo que dedican a diario a hacer acondicionamiento físico y obtuvieron los siguientes resultados:



- ¿Quién entrena menos veces a la semana?
R: _____
- ¿Quién entrena más tiempo a la semana?
R: _____
- ¿Qué día de la semana entrenaron las tres amigas?
R: _____
- ¿Qué días de la semana no entrenó Camila?
R: _____

¿Cómo escoger el gráfico más adecuado para un requerimiento?

» Propósito

Justificar la elección de un tipo de gráfico para representar una situación.

Para elegir un gráfico que represente los datos dados, puedes tener en cuenta el tipo de variable y la agrupación de los datos, en el caso de que la variable en estudio sea de tipo cuantitativa.

Para datos cualitativos o cuantitativos no agrupados utilizamos:

- Gráfico circular.
- Gráfico de puntos discreto.
- Gráfico de barra.
- Pictograma.

Para datos cuantitativos continuos o discretos agrupados en intervalos:

- Histograma.
- Gráfico

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

Señala qué tipo de gráfico es el adecuado para representar los datos de cada tabla.

1. Marta registra cuando ha ahorrado, en pesos, que ha realizado en los últimos 5 meses en la siguiente tabla:

Ahorro mensual	
Mes	Monto(\$)
Enero	5000
Febrero	10 000
Marzo	25 000
Abril	15 000
Mayo	15 000

Identifica la variable en estudio.

La variable en estudio es del tipo cuantitativa discreta, ya que se registra la cantidad de dinero ahorrado mensualmente.

- a. ¿Qué gráficos se pueden utilizar de acuerdo a la variable de estudio?

R: _____

- b. Relaciona el tipo de variable con el gráfico pertinente.

R: _____

- c. ¿Qué gráfico consideras más adecuado para la situación anterior? Justifica.

R: _____

- d. ¿Hay otro tipo de gráfico que pudieras utilizar?

R: _____

Aplica

2. Pedro registra el estado meteorológico de los días de abril.

Estado de los días del mes de abril	
Días	Frecuencia
Nublados	15
Lluviosos	12
Despejados	3

- a. Identifica la variable en estudio.

R: _____

- b. Relaciona el tipo de variable con el gráfico pertinente.

R: _____

- c. ¿Qué gráfico consideras más adecuado? Justifica.

R: _____

3. Se aplica una encuesta a estudiantes de octavo básico en la que se pregunta por la cantidad de dinero que reciben mensualmente. ¿Cuál es el gráfico más apropiado para esta situación?

Mesada de los estudiantes (\$)			
	Monto	f	F
1	[0, 1000[12	12
2	[1000, 2000[15	27
3	[2000, 3000[10	37
4	[3000, 4000[3	40

- a. Identifica la variable en estudio.

R: _____

- b. ¿Qué gráfico te resulta pertinente? Justifica.

R: _____

- c. ¿Qué gráfico consideras más adecuado para la situación anterior? Justifica.

R: _____

Resuelve los siguientes problemas.

4. Construye un gráfico adecuado para cada una de las tablas y justifica tu elección dando por lo menos dos argumentos.

- a. Temperaturas máximas y mínimas registradas en una semana en una ciudad del norte del país.

Temperaturas en una ciudad del norte del país		
Días	Máxima	Mínima
Lunes	23 °C	19 °C
Martes	24 °C	18 °C
Miércoles	22 °C	19 °C
Jueves	23 °C	17 °C
Viernes	25 °C	19 °C
Sábado	22 °C	18 °C
Domingo	23 °C	19 °C

- b. Para un estudio se pide la cantidad de teléfonos celulares en 120 hogares escogidos al azar.

Cantidad de teléfonos celulares	
Cantidad	F
0	2
1	5
2	13
3	39
4	33
5	19
6 o más	10

- c. En una evaluación se registran la masa de 60 integrantes de una escuela de fútbol.

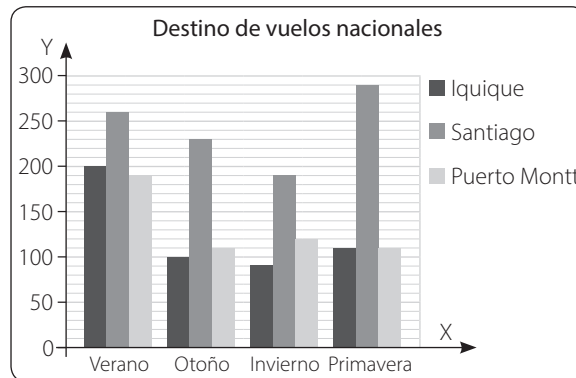
Masa de un equipo de fútbol	
Masa (kg)	Frecuencia
[45 – 50[6
[50 – 55[9
[55 – 60[13
[60 – 65[17
[65 – 70[15

- d. Se realiza una encuesta a 100 clientes de una heladería para saber el sabor preferido.

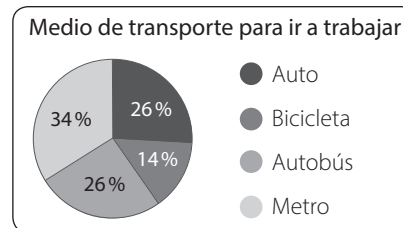
Preferencias de sabores de helados	
Sabor	Frecuencia
Frutilla	26
Menta	17
Chocolate	39
Cereza	18

5. ¿En qué otro tipo de gráfico se podría representar la información dada?. Fundamenta tu respuesta:

- a. Una aerolínea realiza una encuesta a 2000 pasajeros frecuentes de vuelos nacionales. Allí ellos señalaron los destinos de sus viajes en diferentes épocas del año.



- b. Se aplica una encuesta a 100 personas que responden la pregunta: ¿Qué medio de transporte utilizas regularmente para ir a trabajar? Las respuestas fueron las siguientes:



6. La tabla muestra la variación del precio del dólar en los meses de marzo, abril y mayo en los años 2013, 2014 y 2015.

Valor promedio mensual del precio del dólar			
Mes	2013	2014	2015
Marzo	472,43	554,64	628,50
Abril	472,14	563,84	614,73
Mayo	472,34	554,41	623,62

- a. Representa en un gráfico la información de la tabla. Justifica tu elección del gráfico.

R: _____

- b. ¿En qué año el valor promedio del precio del dólar sufrió una mayor variación?

R: _____

- c. ¿Qué podrías concluir sobre la variación del precio del dólar en el tiempo?

R: _____

Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 42

Recuerda que si el gráfico es de barra o un histograma, debes identificar lo que representa cada eje.

En el caso del gráfico circular, debes identificar qué representa cada porción del gráfico.

- 1 Analiza los gráficos y completa la tabla sabiendo que ambos cursos tienen la misma cantidad de estudiantes.

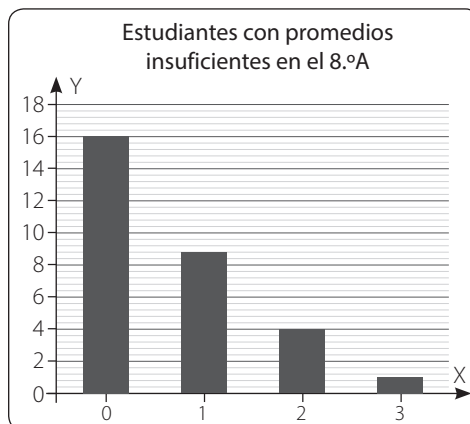
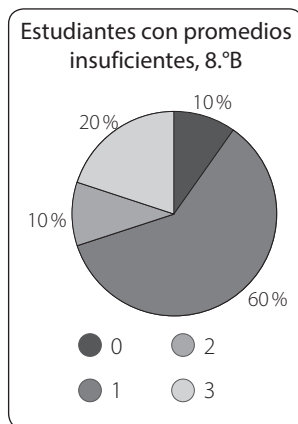


Tabla comparativa entre los octavos de un colegio		
Nº de alumnos con promedios insuficientes	8.ºA	8.ºB
0		
1		
2	4	
3		

Lección 43

Recuerda que debes:

- Comprender la información.
- Comparar las escalas y analizar los valores de las categorías.
- Interpretar las comparaciones para comunicar las conclusiones.

- 2 Interpreta los gráficos del problema 1 y compáralos.

- a. ¿Qué curso tiene la mayor cantidad de estudiantes con cero asignaturas insuficientes?

R: _____

- b. ¿Cuántos estudiantes tiene el 8.ºB?

R: _____

- c. Si con 2 asignaturas insuficientes el estudiante está en peligro de repetir el año, ¿cuántos estudiantes del 8.ºB están en esta situación?

R: _____

Lección 44

Recuerda que para elegir un gráfico que represente los datos dados puedes tener en cuenta el tipo de variable y la agrupación de los datos, en el caso de que la variable en estudio sea cuantitativa.

- 3 Compara ambos gráficos del problema 1 y responde:

- a. Identifica las dificultades para representar la información de cada gráfico.

R: _____

- b. Identifica una ventaja de cada gráfico.

R: _____

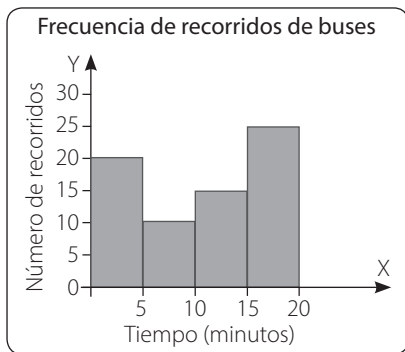
- c. ¿Cuál es el gráfico más adecuado?

R: _____

Desafíos de integración

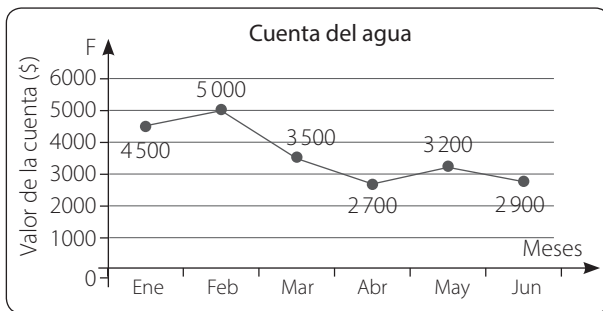
Resuelve los siguientes problemas.

1. Analiza la información del gráfico. Luego, responde.



- ¿Cuántos recorridos fueron considerados en el estudio?
R: _____
- ¿Cuántos recorridos demoran más de 5 minutos?
R: _____
- ¿Qué porcentaje de los recorridos tiene una frecuencia menor a 10 minutos?
R: _____
- ¿Qué porcentaje de los recorridos tiene una frecuencia mayor o igual a 5 minutos y menor a 15 minutos?
R: _____

2. Analiza la información del gráfico. Luego, responde.

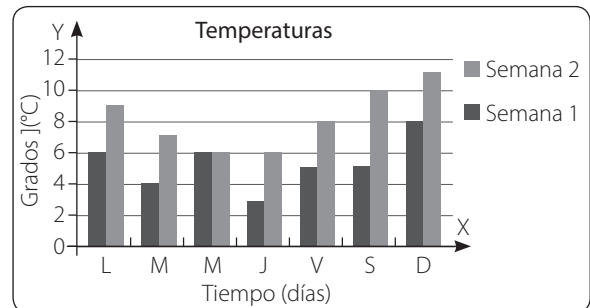


- ¿Cuál es la variable en estudio?
R: _____
- ¿En qué mes el valor de la cuenta fue mayor?
¿Por qué?
R: _____
- ¿Entre qué meses hubo una diferencia de \$500?
Justifica.
R: _____

- ¿En qué mes se pagaron \$3 500?
R: _____
- ¿Cuánto se gastó durante mayo?
R: _____

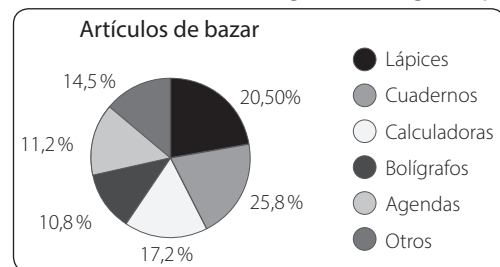
3. Analiza la información del gráfico. Luego, responde.

El gráfico muestra las temperaturas registradas durante dos semanas.



- ¿Qué día presentó la mayor variación de temperatura considerando las dos semanas?
R: _____
- Durante la semana 1, ¿qué día registró una menor temperatura?
R: _____
- ¿Cuál fue la temperatura máxima en las dos semanas registradas?
R: _____
- ¿Qué se puede decir, en general, sobre las temperaturas de las dos semanas?
R: _____

4. Analiza la información del gráfico. Luego, responde.



- ¿Qué fracción del gráfico representa el porcentaje de cuadernos en el bazar?
R: _____
- Si el total de los artículos son 1 000, ¿qué cantidad representa cada porcentaje?
R: _____

Estrategia: Identificar la información necesaria para analizar un problema

Destaca o subraya la información importante y relevante del problema para diferenciar los datos que están involucrados en la resolución y los que son distractores.

Recuerda que la mayoría de las veces un problema puede resolverse con más de una estrategia o combinando más de una. Tú debes elegir la que te resulte más fácil o con la que te sientas más seguro o segura.

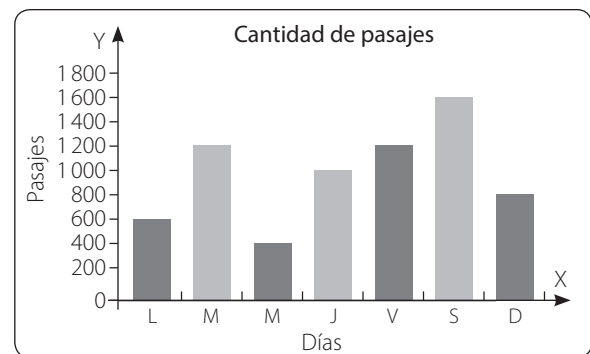
1 Analiza la información de estos problemas y resuelve.

1. En marzo la Universidad de Santiago de Chile realizó una encuesta a personas de la ciudad de Antofagasta para conocer su nivel de estudios. Los resultados fueron los siguientes:

Nivel de estudios		
Nivel	Hombres	Mujeres
Básico	15	10
Medio	80	96
Universitario	75	79
Postgrado	15	12

- ¿Cuál es la variable representada en la tabla?
R: _____
- ¿Qué tipo son los datos están representados?
R: _____
- De las personas con estudios universitarios, los hombres son más que las mujeres. ¿Es cierta esta afirmación? Justifica.
R: _____
- El porcentaje de mujeres con postgrado es mayor que el de los hombres con ese mismo nivel de estudios. ¿Es cierta esta afirmación? Justifica.
R: _____
- ¿En cuál de los dos grupos de encuestados existe una mayor diferencia entre la cantidad de personas con nivel de estudios básico y personas con nivel de estudios universitario? Justifica.
R: _____
- ¿Cuántas personas de cada sexo fueron encuestadas?
R: _____
- Señala dos datos relevantes y dos irrelevantes del enunciado del problema.
R: _____

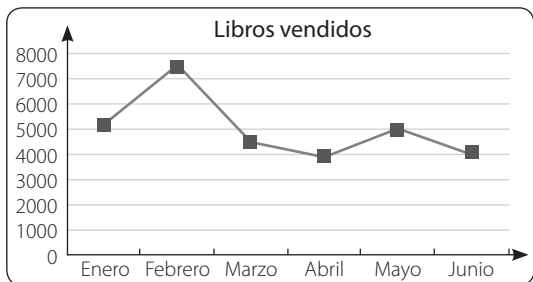
2. Una aerolínea investiga qué día de la semana es el preferido o el más solicitado para viajar entre sus pasajeros. El gráfico muestra la cantidad de pasajes vendidos por la aerolínea en una semana.



- ¿Qué cantidad de pasajes se vendió para el día miércoles?
R: _____
- ¿Para qué día la aerolínea vendió la mayor cantidad de pasajes?
R: _____
- ¿Para qué día la aerolínea vendió la menor cantidad de pasajes?
R: _____
- ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de pasajes vendidos para el sábado y el domingo?
R: _____
- Con respecto al día anterior, ¿para qué día hubo una mayor alza en la venta de pasajes?
R: _____
- ¿De cuántos pasajes fue esa diferencia?
R: _____
- ¿Cuál fue el total de pasajes vendidos para la semana?
R: _____

2 Analiza la información de cada problema marcando la necesaria y la irrelevante, luego resuelve.

1. El dueño de una librería le solicita a uno de sus empleados que resuma en un gráfico la cantidad de libros vendidos durante el primer semestre del año. El empleado realiza el gráfico en el computador y lo imprime, obteniendo:



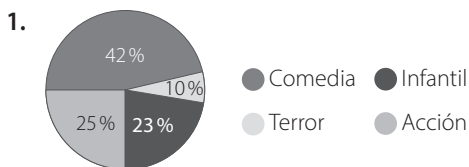
- a. ¿Cuántos libros se vendieron en mayo?
R: _____
- b. ¿En qué mes se vendieron alrededor de 4000 libros?
R: _____
- c. ¿En qué mes se vendió la mayor cantidad de libros?
R: _____

- d. Con respecto al mes anterior, ¿qué mes presentó la menor baja de ventas?
R: _____

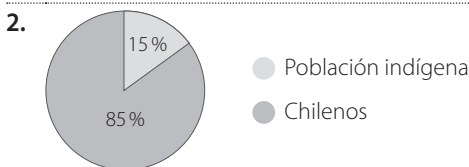
2. En el colegio Emprendedores se realiza un torneo de fútbol, en el que participan siete equipos. Pedro anotó diez goles, Marcelo anotó cinco goles más que Pedro, Ignacio la mitad de goles que Javier y Javier marcó tres más que Marcelo.

- a. ¿Quién fue el goleador del torneo?
R: _____
- b. ¿Quién anotó menos goles?
R: _____
- c. ¿Quiénes hicieron más de diez goles?
R: _____
- d. ¿Quiénes marcaron menos goles que Marcelo?
R: _____
- e. ¿Quiénes hicieron menos de diez goles?
R: _____

3 En cada caso crea un problema a partir del gráfico dado.



Problema: _____



Problema: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre analizar la información dada en un problema.

1. Averigua qué significa tener la información necesaria y suficiente para resolver un problema.

2. ¿Es posible resolver un problema sin analizar la información dada? Si es así, explica cómo.

3. Explica paso a paso cómo organizaste la información del problema 2. b.

¿Qué es un percentil?

» Propósito

Comprender el concepto de percentil.

Un percentil es una medida de posición que corresponde al valor de la variable que acumula determinado porcentaje de la población, es decir, bajo el valor que se encuentra una determinada parte de esta.

Los percentiles son 99 valores (percentil 1 es el que acumula el 1% de la población, percentil 2 es el que acumula el 2% de la población, etc.) que dividen a la población en 100 partes iguales.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Explica cada uno de los conceptos.

P_{40} : Divide los datos ordenados en 100 partes iguales y representa el 40%.

- a. P_{10} : _____
- b. P_{25} : _____
- c. P_{80} : _____
- d. P_{55} : _____

2. Analiza cada afirmación con respecto a la tabla. Luego, escribe V o F según corresponda y justifica las falsas.

Tiempo de duración de ampollitas		
Tiempo (h)	f	F
150	10	10
200	25	35
250	21	56
300	19	75
350	20	95
400	45	140

El 50% de las ampollitas duran encendidas menos de 300 horas.

- a. _____ P_{30} equivale a 250 horas.
- b. _____ El 25% de las ampollitas dura más de 350 horas.
- c. _____ El 10% de las ampollitas dura menos de 150 horas.
- d. _____ Las ampollitas que duran menos de 186 horas pertenecen al P_{50} .
- e. _____ Las ampollitas que se encuentran entre los percentiles 25 y 75 duran encendidas entre 200 y 361 horas.
- f. _____ El P_{50} coincide con la mediana.

Aplica

3. Para cada una de las muestras, calcula el P_{10} , P_{30} , P_{60} y P_{80} .

a. Edades de un grupo de asistentes a un concierto.

15	17	18	19	19	20	20	21	23	24	28	28	29	30
31	33	34	34	35	35	35	36	36	37	37	38	41	41
42	43	45	45	46	49	54	56						

P_{10} = _____ P_{30} = _____

P_{60} = _____ P_{80} = _____

b. Coeficientes intelectuales de un grupo de estudiantes.

88	91	91	98	98	99	100	100	100	101	101
101	101	104	105	105	104	105	106	106	106	108
108	109	109	111	111	112	113	113	113	114	114
115	117	118	118	119	120	120	120	120	121	122
124	125	125	126	128	129					

P_{10} = _____ P_{30} = _____

P_{60} = _____ P_{80} = _____

c. Altura, en metros, de los árboles de una parcela.

1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7
7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	8
8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	10	

P_{10} = _____ P_{30} = _____

P_{20} = _____ P_{50} = _____

P_{60} = _____ P_{80} = _____

d. En el contexto anterior, ¿qué significa el número que calculaste para P_{60} ?

R: _____

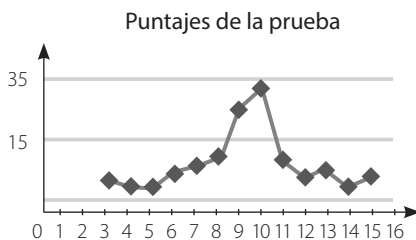
Resuelve los siguientes problemas.

4. Un estudio de salud bucal aplicado a 250 estudiantes de un colegio arrojó los siguientes resultados.

N.º de caries	0	1	2	3	4	5
Porcentaje de estudiantes	25	32	22	16	3	2

- Calcula e interpreta P_{79} .
R: _____
- Calcula e interpreta P_{25} .
R: _____
- ¿Cuántas caries tienen los estudiantes que están por sobre P_{95} ?
R: _____
- ¿Qué porcentaje de los estudiantes tiene 3 o más caries?
R: _____
- ¿Qué porcentaje de estudiantes tiene menos de 3 caries?
R: _____

5. El gráfico muestra el puntaje obtenido en una prueba por los estudiantes de un curso.



- Determina el percentil 10 e interprétalo.
R: _____
- Determina el percentil 50.
R: _____
- ¿Con qué valor se relaciona el P_{50} ?
R: _____
- Si la nota 7,0 se puso en el percentil 90, ¿en qué puntaje se puso?
R: _____
- Si la nota 4,0 se puso en 8 puntos, ¿a qué percentil corresponde?
R: _____

6. Analiza la información de la tabla. Luego, responde las preguntas.

Monto (\$)	f	F
2500	7	7
3000	18	25
3500	32	57
4000	45	102
4500	24	126
5000	4	130

- Calcula e interpreta el P_{30} .
R: _____
 - Calcula e interpreta el P_{50} .
R: _____
 - ¿Cuántos jóvenes reciben mesada sobre el percentil 90?
R: _____
7. Un pediatra realizó la siguiente tabla sobre la edad en meses que tenían 50 niños que asistieron a su consulta al momento de caminar por primera vez.

Meses	9	10	11	12	13	14	15
Niños	1	4	9	16	11	8	1

- Calcula e interpreta P_{60} .
R: _____
- ¿Cuántos niños están bajo el P_{28} ?
R: _____
- Un 50% de los niños de la muestra del pediatra comenzó a caminar después de los 12 meses. ¿Es cierta esta afirmación? Justifica.
R: _____
- ¿Cuántos niños comienzan a caminar después de los 13 meses?
R: _____
- ¿Qué porcentaje de los niños caminan a los 10 meses?
R: _____

Desafío

Con los datos del problema 4 se determinó que el 5% de los niños con más caries recibirán un tratamiento de fluor. ¿Cuántos niños recibirán el tratamiento?

R: _____

» Propósito

Comprender el concepto de cuartil.

Los cuartiles son medidas de posición que dividen la variable en estudio en 4 partes iguales. El cuartil 1 es el que acumula el 25 % de la población, el cuartil 2 acumula el 50 % de la población, y el cuartil 3 acumula el 75 % de la población.

Practicemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Explica cada uno de los siguientes conceptos.

Mediana: divide los datos ordenados en dos grupos de igual número de datos.

- Percentil: _____

- Cuartil: _____

- Quintil: _____

- Decil: _____

2. Escribe = o ≠, según corresponda.

- D_1 $\stackrel{=}{\neq}$ P_{10}
- P_{75} $\stackrel{=}{\neq}$ Q_3
 - Q_2 $\stackrel{=}{\neq}$ D_4
 - M_e $\stackrel{=}{\neq}$ D_5
 - D_3 $\stackrel{=}{\neq}$ P_{30}
 - P_{80} $\stackrel{=}{\neq}$ D_4
 - Q_3 $\stackrel{=}{\neq}$ D_4
 - P_{40} $\stackrel{=}{\neq}$ Q_4
 - C_2 $\stackrel{=}{\neq}$ D_5
 - M_e $\stackrel{=}{\neq}$ P_{50}

3. Completa con las palabras "sobre" o "debajo", según corresponda.

El 30 % de los datos queda por debajo de P_{30} .

- El 75 % de los datos queda por _____ de C_1 .
- El 80 % de los datos queda por _____ de D_8 .
- El 60 % de los datos queda por _____ de Q_3 .
- El 40 % de los datos queda por _____ de D_6 .

Aplica

4. Analiza la información de la tabla. Luego, responde las preguntas.

Tiempo de espera de clientes para ser atendidos			
I	Tiempo (min)	f	F
1	5	150	150
2	10	220	370
3	15	100	470
4	20	60	530
5	25	20	550

a. ¿Cuáles son los quintiles de la distribución?

R: _____

b. Calcula D_8 e interpreta su significado.

R: _____

c. Calcula la mayor cantidad de tiempo que debe esperar el 35 % de los clientes que esperan menos.

R: _____

d. En general, ¿los clientes esperan mucho tiempo para ser atendidos? Explica.

R: _____

5. Calcula los cuartiles para cada una de las muestras que se presentan.

a. Estatura (cm) de bebés nacidos en octubre en el hospital A.

42	55	47	50	48	44	52	47	44
50	52	52	48	46	53	50	48	46

$Q_1 =$ _____ $Q_2 =$ _____ $Q_3 =$ _____

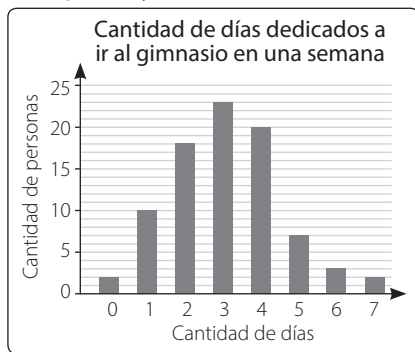
b. Estatura (cm) de bebés nacidos en noviembre en el hospital B.

37	20	49	35	28	34	19	23	45
46	41	31	34	19	20	32	25	39

$Q_1 =$ _____ $Q_2 =$ _____ $Q_3 =$ _____

Resuelve los siguientes problemas

6. Con los datos dados en el gráfico, ¿cuál es la diferencia entre el primer y el tercer cuartil?



R: _____

7. Una empresa realiza una encuesta para decidir en qué programas pagar por publicidad. Los resultados de la encuesta se presentan a continuación. Si pagarán publicidad solo en los programas que estén en el cuarto cuartil, ¿en qué programas presentarán sus anuncios?

Preferencia de TV	
Programas	Frecuencia
Dibujos animados	1000
Teleseries	800
Musicales	600
Concursos	400
Noticiarios	200

R: _____

8. Las notas obtenidas por 30 estudiantes en una prueba son las siguientes.

4,0	3,5	4,1	5,0	6,0	4,6
2,8	5,5	7,0	3,8	5,4	3,3
6,3	4,7	5,1	5,2	6,6	5,9
5,5	4,3	3,5	6,4	3,9	4,1
5,9	5,7	6,7	4,3	4,8	3,6

- a. Si el 25% de las mejores notas recibirán una bonificación especial, ¿cuántos estudiantes reciben esta bonificación?

R: _____

- b. Si la calificación pertenece al primer cuartil, el estudiante deberá rendir una prueba recuperativa. ¿Cuántos estudiantes deben rendir dicha prueba?

R: _____

9. Para obtener una beca de subvención escolar, un grupo de estudiantes debe rendir una prueba. Según los resultados obtenidos, solo el 25% de mayor rendimiento obtendrán este beneficio.

Si los puntajes obtenidos fueron:

100	125	143	89	98	112
56	61	145	150	149	88
99	74	67	112	102	87
59	93	85	81	56	145
117	125	99	100	77	55
144	134	146	99	96	109

- a. ¿Qué operación debes realizar para saber cuál fue el puntaje de corte?

R: _____

- b. ¿Cuál es el puntaje de corte?

R: _____

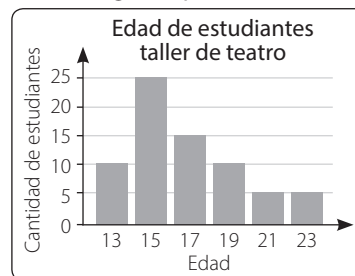
- c. ¿Cuántos estudiantes obtuvieron el beneficio de la beca de subvención escolar?

R: _____

- d. Si se realiza un segundo llamado para los que no obtuvieron la beca pero estaban sobre el 50% de los mejores puntajes, ¿cuántos estudiantes participarán del segundo llamado?

R: _____

10. Analiza el gráfico. Luego, responde.



- a. Determina Q_1 e interpreta su valor.

R: _____

- b. Determina Q_2 e interpreta su valor.

R: _____

- c. Determina Q_3 e interpreta su valor.

R: _____

Desafío

Con la información del problema anterior, ¿cuál es la edad máxima que tiene un estudiante que pertenece al segundo cuartil?

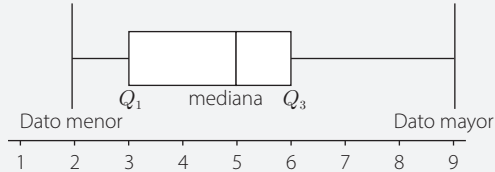
R: _____

¿Cómo representar gráficamente los cuartiles?

» Propósito

Representar gráficamente cuartiles.

Para representar gráficamente los datos se puede utilizar un diagrama de caja con bigotes donde se muestra los valores mínimo y máximo, los cuartiles y la mediana o segundo cuartil. Recuerda que siempre debes trabajar con los datos ordenados de menor a mayor.



Practicemos lo aprendido

Práctica guiada

- En la tabla están los registros de la altura, en centímetros, de los postulantes a un equipo de fútbol. Analiza los datos y responde.

164	160	178	185	172	159
167	178	190	181	170	175
178	155	192	178	169	163
188	167	177	168	185	169
176	182	178	169	169	175
179	175	158	168	168	178
169	172	178	170	173	169
175	171	165	165	177	175

¿Cuál es el valor mínimo de la muestra?
El valor mínimo de la muestra es 155 cm.

- ¿Cuál es el valor máximo de la muestra?
R: _____
- ¿Cuáles son los tres cuartiles de la muestra?
 $Q_1 =$ _____
 Q_2 o mediana = _____
 $Q_3 =$ _____
- Dibuja la caja y los bigotes



- Si los postulantes aceptados están entre el primer y tercer cuartil, ¿cuántos no fueron aceptados?
R: _____

Aplica

- Las edades de los integrantes de un grupo de scouts son:

12	15	13	11	9	14
9	10	11	14	11	12
15	10	9	15	13	11
10	15	14	10	14	13
12	13	12	11	12	10

- Representa en un diagrama de cajón los datos.



- Si el 50% mayor del grupo son troperos que pasarán a la ruta, ¿cuántos troperos serán promocionados?

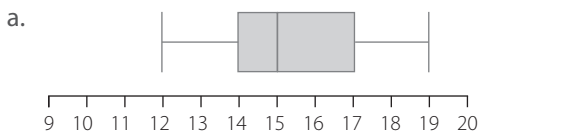
R: _____

- La tabla muestra el número de llamadas realizadas en un día, por un grupo de personas.

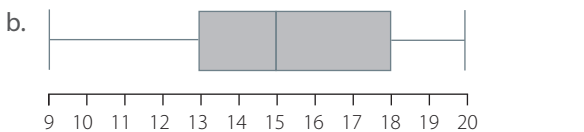
5	9	7	12	2
3	4	11	15	5
1	8	9	7	6
10	2	8	4	3



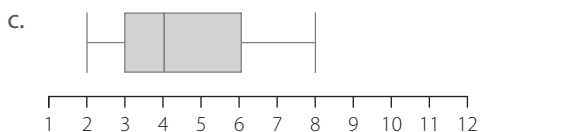
4. Identifica la información en cada diagrama de cajón.



Mín. = _____ Máx. = _____
 Q₁ = _____ Q₂ = _____ Q₃ = _____

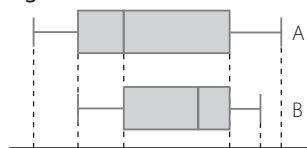


Mín. = _____ Máx. = _____
 Q₁ = _____ Q₂ = _____ Q₃ = _____



Mín. = _____ Máx. = _____
 Q₁ = _____ Q₂ = _____ Q₃ = _____

5. Evalúa si las proposiciones son verdaderas o falsas a partir del diagrama.

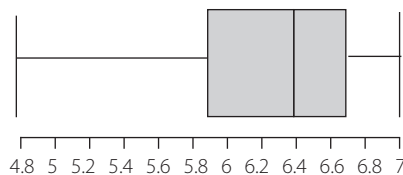


- _____ La muestra A y la muestra B tienen el mismo valor mínimo.
- _____ La muestra A y la muestra B tienen el mismo valor para Q₃.
- _____ La mediana de la muestra A coincide con Q₁ de la muestra B.
- _____ Los dos grupos tienen la misma cantidad de datos.
- _____ Ambos grupos tienen el mismo máximo.
- _____ El rango intercuartil del grupo A es mayor que el rango intercuartil del grupo B.
- _____ El grupo A tiene el doble de datos que el grupo B.
- _____ El 25% de los datos que hay entre Q₂ y Q₃ en A es igual al 50% central del B.

Resuelve los siguientes problemas.

6. Se decide que para poder participar en las olimpiadas de matemática, se debe estar en el 25% más alto en las notas de la asignatura.

Las 30 notas del 8.º A se distribuyeron de la siguiente manera:



a. ¿Cuál es la nota mínima para participar del equipo?

R: _____

b. ¿Cuántos alumnos de este curso participarán?

R: _____

Las notas del 8º B son:

6,4	5,9	6,6	6,7	4,9	6,5
6,6	6,4	7,0	7,0	4,9	5,5
5,9	6,3	6,1	5,6	4,7	6,7
6,5	6,4	6,4	6,1	6,6	6,4
4,9	6,1	5,9	7,0	6,8	5,8

c. ¿Cuál es la nota mínima para participar del equipo?

R: _____

d. ¿Cuántos alumnos de este curso participarán?

R: _____

e. ¿Cuántos estudiantes de ambos cursos irán a las olimpiadas?

R: _____

Desafío

Se encuesta a 24 personas en situación de calle para saber cuántos años llevan viviendo de esa forma. Los resultados se muestran en la tabla.

2	5	8	6	3	4
7	4	5	3	6	7
3	2	6	4	5	3
6	8	7	2	4	5

Construyendo un diagrama de cajón, se determinó que el 25% que lleva más tiempo en situación de calle se llevarán a un hogar, y el 25% que lleva menos tiempo se incluirán en un programa de empleo. ¿Cuántas personas se incluirán en cada programa de ayuda?

R: _____

» Propósito


Representar medidas de posición usando software.

¿Cómo construir diagramas de cajón usando un software?

Para representar datos utilizando un diagrama de caja con bigotes usaremos el software GeoGebra siguiendo los pasos que aparecen a continuación:

Paso 1: Colocar la opción Hoja de cálculo en Vista.

Paso 2: Escribir los datos en la planilla, escribiendo los decimales con punto.

Paso 3: Seleccionar los datos, presiona el botón  y elige la opción Análisis de una variable.

Paso 4: Seleccionar Diagrama de caja en la pestaña que muestra la imagen.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Representa los datos en un diagrama de cajón utilizando GeoGebra. Luego, escribe 3 conclusiones.

a. La estatura en centímetros de 25 individuos que participan de una evaluación nutricional.

164	156	167	164	179
168	150	159	174	166
171	163	164	180	167
155	168	177	175	180
159	172	157	176	178

Conclusión 1: El 50% de los individuos tiene una estatura menor a 167 cm.

Conclusión 2: _____

Conclusión 3: _____

b. Cantidad de artículos por compra realizada en una caja rápida de un supermercado durante una hora de atención.

5	15	20	12	3	15	12	13
7	6	19	5	8	11	6	18
15	4	20	18	10	9	4	15
8	13	18	16	7	17	10	8
11	9	6	13	10	15	19	14

Conclusión 1: _____

Conclusión 2: _____

Conclusión 3: _____

Aplica

2. Representa los datos en un diagrama de cajón utilizando GeoGebra. Luego, escribe 3 conclusiones.

a. Cantidad aproximada de horas al mes que realizan actividad física un grupo de personas.

1	5	6	9	8	40	20	24	36
4	8	12	16	24	26	35	38	22
10	16	8	4	8	12	16	24	32
20	24	12	2	8	16	18	16	16

Conclusión 1: _____

Conclusión 2: _____

Conclusión 3: _____

b. Número de veces que asisten al dentista los hombres adultos en un año.

0	3	4	2	12	2	3	0
4	5	12	0	5	6	4	3
2	2	6	9	12	0	2	1

Conclusión 1: _____

Conclusión 2: _____

Conclusión 3: _____

Resuelve los siguientes problemas.

3. En GeoGebra construye un diagrama de caja con bigotes para los datos que aparecen a continuación. Luego, redacta conclusiones.

Grupo 1:

4 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 0 a 50.
 11 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 50 a 100.
 30 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 100 a 150.
 5 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 150 a 200.

Grupo 2:

1 persona tiene un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 0 a 50.
 17 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 50 a 100.
 13 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 100 a 150.
 9 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 150 a 200.

Grupo 3:

2 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 0 a 50.
 8 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 50 a 100.
 25 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 100 a 150.
 5 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 150 a 200.

Grupo 4:

5 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 0 a 50.
 15 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 50 a 100.
 10 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 100 a 150.
 2 personas tienen un nivel de glicemia basal que marcó valores desde 150 a 200.

Conclusión 1: _____

Conclusión 2: _____

Conclusión 3: _____

4. En GeoGebra construye un diagrama de caja con bigotes para los datos que aparecen a continuación. Luego, redacta conclusiones.

Grupo 1:

12 personas envían o reciben diariamente entre 0 y 5 correos electrónicos.
 18 personas envían o reciben diariamente entre 5 y 10 correos electrónicos.
 15 personas envían o reciben diariamente entre 10 y 15 correos electrónicos.
 15 personas envían o reciben diariamente entre 15 y 20 correos electrónicos.

Grupo 2:

25 personas envían o reciben diariamente entre 0 y 5 correos electrónicos.
 50 personas envían o reciben diariamente entre 5 y 10 correos electrónicos.
 15 personas envían o reciben diariamente entre 10 y 15 correos electrónicos.
 10 personas envían o reciben diariamente entre 15 y 20 correos electrónicos.

Grupo 3:

4 personas envían o reciben diariamente entre 0 y 5 correos electrónicos.
 16 personas envían o reciben diariamente entre 5 y 10 correos electrónicos.
 12 personas envían o reciben diariamente entre 10 y 15 correos electrónicos.
 4 personas envían o reciben diariamente entre 15 y 20 correos electrónicos.

Grupo 4:

3 personas envían o reciben diariamente entre 0 y 5 correos electrónicos.
 25 personas envían o reciben diariamente entre 5 y 10 correos electrónicos.
 16 personas envían o reciben diariamente entre 10 y 15 correos electrónicos.
 4 personas envían o reciben diariamente entre 15 y 20 correos electrónicos.

Conclusión 1: _____

Conclusión 2: _____

Conclusión 3: _____

¿Cómo comparar muestras usando medidas de posición?

» Propósito

Comparar poblaciones y muestras usando medidas de posición.

Para comparar muestras a través de un diagrama de caja, puedes comparar las medidas de posición representadas en cada uno y obtener conclusiones.

Puedes guiarte por los siguientes pasos:

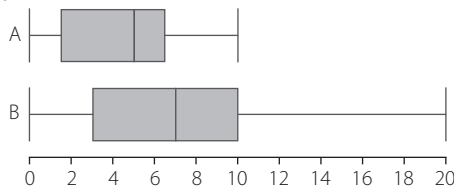
Paso 1: Identificar valores mínimos y máximos y compararlos.

Paso 2: Identificar los cuartiles Q_1 , Q_2 y Q_3 y compararlos.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Analiza el diagrama de caja con bigotes. Luego, responde.



a. Identifica los valores mínimos y máximos y compáralos.

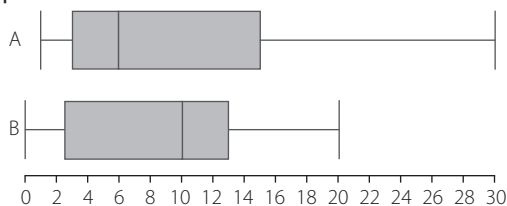
	A	B
Mínimo	0	0
Máximo	10	20
Rango	10	20

b. Identifica los cuartiles y compáralos.

	A	B
Q_1		
Q_2		
Q_3		

R: _____

2. Analiza el diagrama de caja con bigotes. Luego, responde.



a. Identifica los valores mínimos y máximos y compáralos.

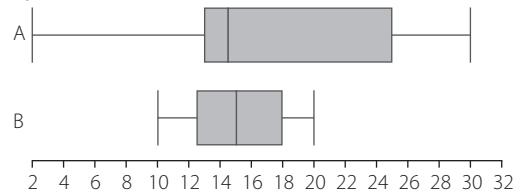
R: _____

b. Identifica los cuartiles y compáralos.

R: _____

Aplica

3. Analiza el diagrama de caja con bigotes. Luego, responde.



a. Identifica los valores mínimos y máximos y compáralos.

R: _____

b. Identifica los cuartiles y compáralos.

R: _____

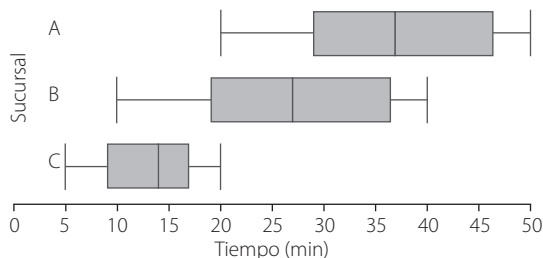
c. ¿Puedes determinar el número de alumnos de cada curso?

d. Si los diagramas correspondieran a las distribuciones de las notas de dos cursos, ¿qué podrías concluir?

R: _____

Resuelve los siguientes problemas.

4. El siguiente diagrama representa la duración, en minutos, de las atenciones en un centro de asistencia telefónica de un banco en tres sucursales diferentes.



- a. Identifica los valores mínimos y máximos y compáralos.

	A	B	C
Q_1			
Q_2			
Q_3			

- b. Identifica los cuartiles y compáralos.

	A	B	C
Q_1			
Q_2			
Q_3			

- c. Completa la tabla con comparaciones.

Comparación entre las sucursales			
	A	B	C

- d. Completa la tabla con diferencias.

Diferencias entre las sucursales			
	A	B	C

- e. ¿Cuál es el tiempo promedio de atención de la sucursal A?

R: _____

- f. ¿Cuál fue la duración de la llamada más larga de la sucursal B?

R: _____

- g. ¿Cuál fue la duración de la llamada más corta de la sucursal C?

R: _____

5. La tabla muestra los datos que comparan la estatura, en centímetros, de niños y jóvenes a los 10, 15 y 20 años de edad. Analiza la tabla. Luego, responde.

Edad	10	15	20
P_{10}	110	125	145
P_{20}	115	130	150
P_{25}	125	135	155
P_{40}	130	145	160
P_{60}	135	160	170
P_{75}	140	165	180
P_{90}	145	175	185
Promedio	133	150	165

- a. ¿En qué edad se muestra una mayor variación entre la estatura mínima y máxima?

R: _____

- b. ¿Qué podrías decir sobre las variaciones de las estaturas entre los 10 y 15 años?

R: _____

- c. ¿Qué podrías decir sobre las variaciones de las estaturas entre los 15 y 20 años?

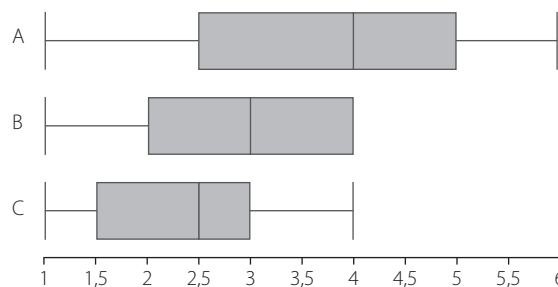
R: _____

- d. ¿Qué conclusiones puedes obtener?

R: _____

- e. Utiliza GeoGebra para realizar un diagrama de caja y bigotes de los datos de la tabla.

6. El dueño de una marca quiere realizar un análisis en las tres sucursales que posee su marca en el país. Él desea saber cuántos productos llevan los clientes que compran en su tienda.



- a. ¿En qué sucursal compran más productos?

R: _____

- b. ¿Cuál es el promedio de artículos comprados en cada tienda?

R: _____

Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lecciones 45 y 46

Recuerda los percentiles son 99 valores que dividen a la población en 100 partes iguales.

Al hablar del percentil 60 también podemos concluir que el 40% (100% - 60%) de la muestra obtuvo la conclusión contraria.

La tabla muestra los rangos de edad en la que un grupo de mujeres compraron su primer vehículo.

Edad de las mujeres que compran su primer vehículo	
Edades	Frecuencia
[17, 22[6
[22, 27[16
[27, 32[11
[32, 37[8
[37, 42[5
[42, 47[4

1 Calcula:

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a. $Me =$ _____ | d. $P_{10} =$ _____ | g. $Q_1 =$ _____ |
| b. $Q_2 =$ _____ | e. $Q_3 =$ _____ | h. $P_{30} =$ _____ |
| c. $P_{90} =$ _____ | f. $P_{60} =$ _____ | i. $P_{80} =$ _____ |

Lecciones 47 y 48

El diagrama de caja divide la muestra en cuatro sectores (dos bigotes y dos partes que forman la caja), correspondiendo cada uno al 25% de los datos.

Recuerda que el valor mínimo y máximo corresponde al menor y mayor valor que toma la variable en la muestra, respectivamente.

2 Identifica el valor mínimo y el máximo.

R: _____

3 Realiza un diagrama de caja y bigotes para los datos del problema anterior.

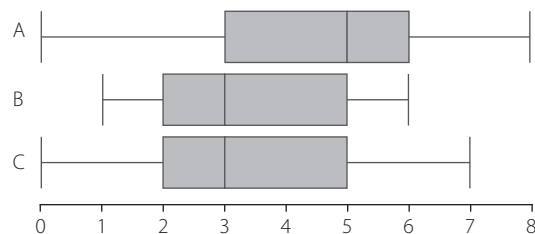
4 Escribe 2 conclusiones:

- a. _____
- b. _____

Lecciones 49

Recuerda que para obtener conclusiones, debes identificar las informaciones correspondientes en cada una de las muestras y luego compararlas.

5 Analiza los diagramas. Luego, escribe 3 conclusiones.



- a. _____
- b. _____
- c. _____

Desafíos de integración

Resuelve los siguientes problemas que involucran medidas de posición.

1. Analiza la siguiente tabla. Luego, responde.

La tabla indica la cantidad de viajes que ha realizado un bus en una semana.

Viajes semanales	
Día	Cantidad de viajes
Lunes	10
Martes	15
Miércoles	12
Jueves	13
Viernes	16
Sábado	17
Domingo	17

- a. ¿Cuál es el promedio de los viajes hechos esa semana?

R: _____

- b. ¿Cuál es la moda de los datos entregados en la tabla? ¿Qué representa ese valor?

R: _____

- c. ¿Cuál es la mediana? ¿Qué representa?

R: _____

- d. ¿Cuál es el valor mínimo? ¿Qué representa?

R: _____

- e. ¿Cuál es el valor máximo? ¿Qué representa?

R: _____

- f. Calcula los cuartiles y escribe sus valores.

$Q_1 =$ _____ $Q_2 =$ _____ $Q_3 =$ _____

- g. Construye un gráfico de caja y bigotes para los datos.

- h. Escribe 3 conclusiones a partir del gráfico.

R: _____

2. Analiza la información de la tabla. Luego, responde.

Deporte favorito de alumnos del 8.º básico	
Deporte	Cantidad de estudiantes
Fútbol	44
Voleibol	28
Tenis	15
Basquetbol	18
Natación	21

- a. Determina los siguientes valores

$Q_1 =$ _____ $Q_2 =$ _____ $Q_3 =$ _____

- b. Dibuja la caja y los bigotes, según corresponda.

- c. Escribe 2 conclusiones:

R: _____

3. Analiza la información. Luego, responde.

Se encuestó a 45 jefes de hogar por el gasto mensual en gas y se obtuvieron las siguientes cifras (en miles de pesos):

35; 24; 15; 28; 37; 42; 29; 43; 17; 20; 21;

35; 36; 18; 41; 45; 30; 33; 56; 38; 36; 54;

37; 20; 49; 35; 28; 34; 19; 23; 45; 46; 41;

31; 34; 19; 20; 32; 25; 39; 27; 43; 53; 19; 23.

- a. Construye una tabla de frecuencias usando intervalos de amplitud 5 para agrupar los datos.

- b. Determina los siguientes valores

$Q_1 =$ _____ $Q_2 =$ _____ $Q_3 =$ _____

- c. Dibuja la caja y los bigotes, según corresponda.

Estrategia: Elegir una estrategia específica.

En cada sección del texto se ha presentado una estrategia cuya lista se muestra en el recuadro. Elige la que consideres más conveniente para la resolución de cada problema.

Para resolver un problema puedes usar una o más de una de las estrategias usadas anteriormente:

- Hacer un diagrama
- Encontrar un patrón
- Ensayo y error sistemático
- Plantear una ecuación o inecuación
- Usar modelos matemáticos
- Identificar sub metas
- Discriminar la información dada
- Aplicar procesos reversibles

1

Resuelve los problemas usando alguna de las estrategias listadas anteriormente. Indica cuál estrategia elegiste.

1. Calcula los percentiles pedidos para las edades de un equipo de fútbol.

15	14	13	18	27	22	19	23	14
20	21	15	16	28	21	25	20	23
16	18	16	14	17	20	19	15	18
24	19	23	15	16	21	21	22	19

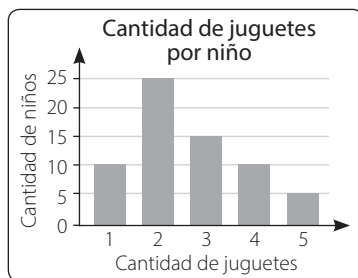
$P_{10} =$ _____ $P_{30} =$ _____

$P_{60} =$ _____ $P_{80} =$ _____

¿Qué estrategia utilizaste para resolver el problema?

R: _____

2. Analiza el gráfico. Luego, responde.



- a. Determina Q_1 e interpreta su valor.
R: _____
- b. Determina Q_2 e interpreta su valor.
R: _____
- c. ¿Cuál es la cantidad máxima de juguetes que tiene un niño que pertenece al primer cuartil?
R: _____
- d. ¿Qué estrategia utilizaste para resolver el problema?
R: _____

3. Se necesita seleccionar al 25% más bajos de los promedios finales de dos cursos de 28 alumnos para realizar sesiones de reforzamiento.

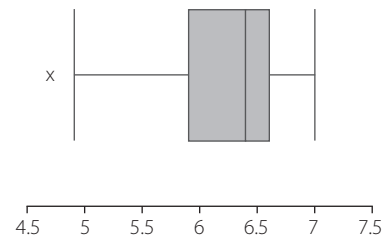
Los promedios finales del 8.º A son:

4,8	6,8	5,7	6,1	6,3	6,4	6,2
6,0	6,9	5,6	5,7	6,8	6,4	5,6
6,3	5,7	4,9	6,4	6,0	5,9	5,1
6,3	6,1	6,0	6,2	6,5	5,8	5,5

- a. ¿Cuál es la nota máxima del grupo de reforzamiento?
R: _____

- b. ¿Cuántos alumnos de este curso van a reforzamiento?
R: _____

La distribución de las notas del 8.º B es:



- c. ¿Cuál es la nota máxima del grupo de reforzamiento?
R: _____
- d. ¿Cuántos alumnos de este curso van a reforzamiento?
R: _____
- e. ¿Qué estrategia utilizaste para resolver el problema?
R: _____

2 Resuelve los siguientes problemas. Si resuelves alguno utilizando una estrategia diferente a las indicadas al comienzo, indica su nombre.

1. Representa en un diagrama de cajón las edades de las primeras 30 personas que entran a una tienda:

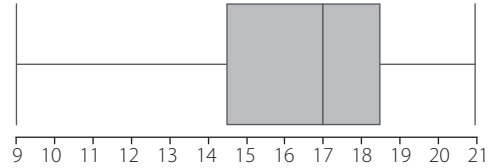
11	18	16	11	9	14
19	19	14	18	17	12
25	20	11	16	15	11
18	21	17	15	16	13
15	17	18	25	14	10

2. Representa en un diagrama de cajón el número veces que un grupo de personas han ocupado su seguro complementario de salud.

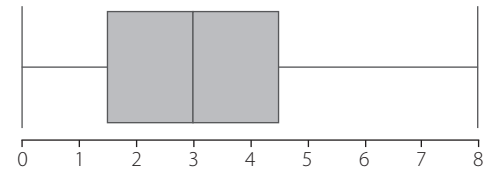
0	3	4	8	10
5	3	0	7	4
2	1	3	4	5
0	2	1	4	3

3. Analiza los siguientes diagramas de cajón. Luego, escribe 3 conclusiones.

Grupo A



Grupo B



Al comparar los grupos A y B se puede concluir que:

Conclusión 1: _____

Conclusión 2: _____

Conclusión 3: _____

3 Para cada situación, plantea una pregunta y la estrategia que consideras adecuada para resolverla.

1. Valor mínimo = 5, valor máximo = 85
 $Q_1 = 30$, $Q_2 = 50$ y $Q_3 = 75$.

Pregunta: _____

Estrategia: _____

2. Valor mínimo = 5, valor máximo = 85
 $Q_1 = 30$, $Q_2 = 50$ y $Q_3 = 75$.

Pregunta: _____

Estrategia: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre analizar la información dada en un problema.

1. ¿Crees que es conveniente conocer diferentes estrategias para resolver problemas? ¿Por qué?

2. ¿Es posible resolver un problema sin pensar una estrategia para resolverlo?

3. Explica paso a paso cómo resolviste el problema 1.3

¿Qué es el principio multiplicativo?

» Propósito

Comprender y explicar el principio multiplicativo.

El principio multiplicativo es una técnica de conteo para determinar la cantidad de maneras en que puede realizarse una actividad. Si la actividad se realiza en varios pasos, el primer paso se puede realizar, por ejemplo, de “n” maneras diferentes, el segundo de “m” maneras diferentes y así sucesivamente. Es así como la actividad completa se puede realizar de $n \cdot m \cdot \dots$ maneras distintas. El diagrama de árbol nos permite visualizar gráficamente el principio multiplicativo.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Determina si las siguientes afirmaciones con respecto al experimento, son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

El experimento consiste en extraer una carta de un naipe inglés y anotar su color, luego extraer una carta de un naipe español y anotar su pinta, y finalmente lanzar una moneda y anotar si se obtiene cara o sello.

(Recuerda que el naipe inglés tiene 52 cartas y el español tiene 40)

 F El experimento tiene 3 resultados posibles.

- a. La probabilidad de que la primera carta sea roja es 0,5.
- b. 5 de los resultados del experimento contienen una carta con espadas.
- c. Se puede utilizar un árbol de tres niveles para representar los resultados del experimento.
- d. Hay 8 resultados donde una de las cartas es roja.
- e. Hay ocho resultados donde la moneda sale cara.
- f. Hay 2 resultados posibles para anotar el color al sacar una carta de un naipe inglés.
- g. Existen 4 resultados favorables si la primera carta es negra.
- h. En total hay $52 \cdot 40 \cdot 2$ resultados posibles.

2. Se tienen los dígitos 1, 2, 3 y 4.

¿Cuántos números de 3 dígitos sin repetir se pueden formar?

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

- a. ¿Y cuántos se podrían formar si los dígitos se pueden repetir?

R: _____

Aplica

3. Un experimento consiste en extraer una bolita de cada una de tres urnas distintas. La primera contiene una bolita roja, una café y una azul; la segunda, una blanca y una verde; y la tercera, una naranja, una negra y una morada.

- a. ¿Cuántos resultados posibles tiene este experimento?

R: _____

- b. Representa el experimento en un diagrama de árbol y compara la cantidad de ramas finales con el resultado del ejercicio anterior.

- c. ¿Cuántos resultados del experimento contienen una bolita roja?

R: _____

- d. ¿Cuántos resultados del experimento contienen una bolita verde?

R: _____

- e. ¿Cuántos resultados del experimento contienen una bolita café?

R: _____

4. Resuelve los siguientes problemas

- a. En una sala de cine, una fila tiene ocho asientos. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden distribuir ocho personas sentadas en la fila?
R: _____
- b. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar las letras de la palabra AMOR?
R: _____
- c. En un café se ofrecen cinco tipos de sándwiches, tres tipos de bebestibles y seis tipos de pasteles. ¿Cuántos pedidos diferentes que contengan los tres productos se pueden hacer?
R: _____
- d. Se tienen siete colores disponibles de telas para hacer un banderín. Si el banderín será de tres franjas de colores distintos, ¿cuántos banderines diferentes se pueden hacer?
R: _____
- e. Para definir al ganador de un partido de fútbol, cada equipo debe escoger a tres jugadores para patear los penales. Uno de los entrenadores dividió a su equipo en tres grupos, de cinco, tres y seis jugadores, y de cada grupo escogerá a un jugador. ¿Cuántos tríos diferentes puede formar con integrantes de los tres grupos?
R: _____
- f. En las elecciones de directiva de un club, hay tres cargos por elegir: para presidente hay 4 candidatos, para secretario hay 3 y para tesorero se han postulado 5 miembros del club. ¿Cuántas directivas diferentes podrían ser electas?
R: _____
- g. Para ir de la ciudad A a la B, se puede viajar en avión, bus o tren; y para ir de la ciudad B a la C, se puede viajar en barco o avión. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de la A a la ciudad C pasando por la B?
R: _____
- h. Se tienen los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Si no se pueden repetir los dígitos, ¿cuántos números pares de tres dígitos se pueden formar?
R: _____
- Si se pueden repetir los dígitos, ¿cuántos números pares de tres dígitos se pueden formar?
R: _____

Los siguientes problemas resuélvelos utilizando un diagrama de árbol.

- i. Margarita quiere comprar una tenida de invierno compuesta de un abrigo, un par de botas y un gorro. Si está en una tienda que le ofrece cinco tipos de abrigos, seis tipos de botas y ocho tipos de gorros, ¿entre cuántas tenidas diferentes deberá elegir?

R: _____

- j. Para un tratamiento de belleza Luisa debe escoger una crema de rostro entre seis marcas; una crema de cuerpo entre tres marcas; una crema de manos entre siete marcas; y una crema de pies entre tres marcas. ¿De cuántas maneras diferentes puede escoger una crema de cada tipo?

R: _____

- k. Una clave debe hacerse con tres letras y tres números, de modo que sea número – número – número – letra – letra – letra. Si se pueden utilizar las 27 letras del alfabeto y los 10 dígitos, ¿cuántas claves diferentes se pueden construir si no se pueden repetir letras ni números?

R: _____

¿Cuál es la cardinalidad de un espacio muestral?

» Propósito

Utilizar el principio multiplicativo para calcular la cardinalidad de un espacio muestral.

Para determinar la cardinalidad del espacio muestral de un experimento aleatorio, podemos utilizar el principio multiplicativo y representarlo a través de un diagrama de árbol. Un experimento aleatorio se dice secuencial cuando involucra dos o más experimentos aleatorios, por ejemplo, lanzar una moneda y luego un dado, o lanzar dos veces una moneda. Este tipo de experimento se puede representar por medio de un diagrama de árbol o una tabla, donde los resultados del espacio muestral corresponden a pares ordenados (en el caso de que sean dos experimentos los que se secuencien).

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

- Determina la cardinalidad del espacio muestral de los experimentos, construyendo un diagrama de árbol. El experimento consiste en lanzar una moneda y ver si se obtiene cara o sello, luego extraer una carta de un naipe inglés y ver su pinta.



La cardinalidad del espacio muestral es 8 elementos.

- El experimento consiste en lanzar un dado de seis caras, no cargado, y luego lanzar un dado de 4 caras, no cargado.

R: _____

- El experimento consiste en extraer una bolita de una urna cerrada, que contiene una bolita azul, una roja, una amarilla y una verde. Luego, lanzar una moneda obteniendo cara o sello.

R: _____

Aplica

- Completa la tabla con los posibles resultados de los experimentos. Luego, responde.

Lanzar dos dados de seis caras.

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)				
2	(2,1)					
3						
4						
5						
6						

- ¿Cuál es la cardinalidad del espacio muestral?

R: _____

- ¿Qué multiplicación permite calcular esta cardinalidad con el principio multiplicativo?

R: _____

- ¿Qué relación existe con las potencias?

R: _____

- Completa la tabla con los posibles resultados del experimento "lanzar dos dados de cuatro caras y sumar sus puntos".

	1	2	3	4
1	2	3		
2	3			
3				
4				

Resuelve los siguientes problemas

4. Marta prepara su bolso para ir a la playa. Ella lleva 3 pantalones (negro, azul y blanco), 5 poleras (blanca, roja, negra, celeste y rosada), 2 chalecos (negro y morado), un par de zapatillas y un par de sandalias.

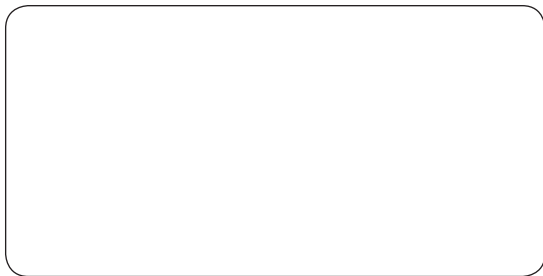
a. ¿Qué método utilizarías para determinar la cardinalidad del espacio muestral?

R: _____

b. ¿De cuántas formas posibles puede vestir Marta utilizando toda la ropa de su bolso?

R: _____

c. Construye el diagrama de árbol correspondiente.



d. Si Marta decide utilizar pantalón negro y zapatillas, ¿cuántas tenidas cumplen con estas opciones?

R: _____

e. Si Marta quiere usar pantalón azul y polera blanca, ¿cuántas opciones tiene para escoger?

R: _____

5. Pedro quiere saber cuántas contraseñas alfanuméricas distintas de cinco caracteres puede formar utilizando los dígitos (0 al 9) y las vocales. La única condición es que la contraseña debe comenzar y terminar con una vocal diferente y los caracteres restantes son números distintos.

a. ¿Qué multiplicación permite calcular esta cardinalidad con el principio multiplicativo?

R: _____

b. ¿Cuántas contraseñas diferentes, que cumplan las condiciones, se pueden formar?

R: _____

c. Si Pedro quiere que su contraseña tenga solo números pares, ¿cuántas contraseñas distintas puede formar?

R: _____

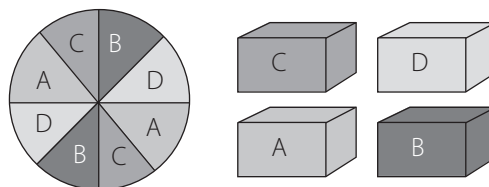
d. Si Pedro quiere que la contraseña comience con la letra a y termine con la letra u, ¿cuántas opciones posibles tiene para elegir?

R: _____

e. Si Pedro quiere que la contraseña comience con la letra e y termine con la letra i, y contenga solo números impares, ¿cuántas opciones diferentes puede obtener?

R: _____

6. En un concurso de azar una persona debe lanzar una ruleta para saber de qué urna debe sacar una bolita que indicará el premio que ganará. En cada urna hay 3 bolitas con las letras no obtenidas al lanzar la ruleta. Si al sacar una bolita al azar, se obtiene una bolita A la persona gana una tablet. Si se obtiene una bolita B, gana un celular. Si obtiene una bolita C gana \$ 30 000 pesos y si obtiene una D pierde.



a. ¿Cuántas combinaciones posibles existen?

R: _____

b. ¿Cuántas opciones favorables existen para que una persona gane un tablet?

R: _____

c. ¿Cuáles son?

R: _____

d. ¿Cuántas opciones favorables existen para que una persona gane un celular?

R: _____

e. ¿Cuáles son?

R: _____

f. ¿Cuáles son las opciones para que pierda?

R: _____

g. ¿Cuáles son las opciones para que gane algo?

R: _____

¿Cómo calcular probabilidades usando el principio multiplicativo?

» Propósito

Utilizar el principio multiplicativo para calcular probabilidades.

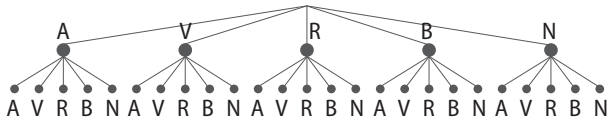
Para calcular la probabilidad utilizando el principio multiplicativo, calculamos la probabilidad de que ocurra un suceso A_1 y un suceso B_1 multiplicando las probabilidades de cada rama que forma el camino que nos permite llegar al suceso del que se desea averiguar la probabilidad: $P(A_1) \cdot P(B_1)$. Si existen más caminos con la probabilidad pedida, estos se van sumando.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

- En una urna hay 3 bolitas azules, 4 bolitas rojas, 2 bolitas blancas, 5 bolitas negras y 2 bolitas verdes. Se extraen dos bolitas de la urna al azar, una primero y luego la otra, sin devolver la bolita extraída.

Construye un diagrama de árbol para representar la situación anterior.



- ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bolita azul y luego una bolita verde?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos bolitas blancas consecutivas?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bolita negra y luego una roja?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bolita roja y luego una verde?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bolita blanca y luego una azul?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bolita blanca y luego una roja?
R: _____

Aplica

- Se lanza un dado de seis caras enumerado del 1 al 6. y Luego un dado de 4 caras enumeradas del 1 al 4.

- Representa en un diagrama de árbol todas las combinaciones posibles.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener en ambos lanzamientos números pares?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener en ambos lanzamientos números primos?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de que al sumar los números obtenidos en ambos lanzamientos sea una cifra mayor que 5?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de que al sumar los números obtenidos en ambos lanzamientos sea una cifra menor que cuatro?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de que al sumar los números obtenidos en ambos lanzamientos sea una cifra mayor que cuatro?
R: _____

Resuelve los siguientes problemas

Analiza cada uno de los experimentos aleatorios y calcula la probabilidad pedida en cada caso.

3. Al comprar un helado, Margarita debe elegir si lo quiere en cono o en vaso; si lo desea de frutilla, vainilla o mixto, y si lo quiere bañado en chocolate, con una galleta o con chispas. ¿Cuál es la probabilidad de que Margarita tome un helado en cono, de frutilla y bañado en chocolate?

R: _____

4. La probabilidad de que una ampollita de cierta caja falle es de 0,5. Si cada caja contiene 15 ampollitas ¿cuál es la probabilidad de que una de ellas fallen?

R: _____

5. Se lanza una moneda, luego un dado de 4 caras y finalmente se extrae una carta de un naipe inglés. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda muestre sello, el número del dado sea 3 y la carta sea roja?

R: _____

6. Una repisa contiene siete libros de historia y siete de matemática. Si se extraen seis libros al azar y se registra el tipo, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente cinco de ellos sean de matemática?

R: _____

7. ¿Cuál es la probabilidad de formar con las vocales la combinación aeoiu, seleccionándolas al azar?

R: _____

8. ¿Cuál sería la probabilidad de formar la misma combinación si las vocales se pueden repetir?

R: _____

9. Se saca al azar una carta de un mazo de 52 cartas (13 corazones, 13 picas, 13 diamantes y 13 tréboles). Si se tiene el suceso A: sacar una carta de trébol, el suceso B: sacar una carta roja, y el suceso C: sacar una A. Si al sacar una carta esta no se devuelve al mazo.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso A y luego el suceso B?

R: _____

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso A, luego el suceso C?

R: _____

- c. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso B, luego el suceso C?

R: _____

- d. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso C, luego el suceso A y por último el suceso B?

R: _____

- e. ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra el suceso A?

R: _____

10. En un casino, venden un menú completo que incluye una ensalada, un acompañamiento, una proteína y un jugo.

Las opciones son:

Ensalada	Acompañamiento	Proteína	Jugo
Lechuga	Arroz	Vacuno	Piña
Tomate	Puré	Pollo	Melón
Apio	Fideos	Atún	
	Papas fritas	Huevos	

- a. ¿Cuál es la cardinalidad del espacio muestral de todas las combinaciones del menú posibles?

R: _____

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escoja al azar un menú que contenga arroz como acompañamiento?

R: _____

- c. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escoja al azar un almuerzo que contenga fideos, pollo, lechuga y jugo de piña?

R: _____

- d. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escoja al azar un almuerzo que no contenga vacuno ni tampoco ensalada de tomate?

R: _____

- e. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escoja al azar jugo de melón, ensalada de apio, puré y vacuno?

R: _____

- f. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escoja al azar un menú que contenga atún?

R: _____

Lee los recuadros de la izquierda y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 50

Recuerda que el diagrama de árbol es una técnica que permite obtener una visión del conjunto de los casos posibles en un experimento.

- 1 En una pastelería se ofrecen cuatro tipos de tortas (selva negra, tres leches, panqueque naranja y durazno-crema), tres tipos de jugos naturales (melón, piña y frutilla) y 2 tipos de sándwich (pollo-queso o napolitano). ¿Cuántos pedidos diferentes que contengan los tres productos se pueden hacer?

a. Resuelve el problema construyendo un diagrama de árbol o una tabla.

Lección 51

Recuerda que el espacio muestral de un experimento aleatorio es el conjunto de todos los resultados posibles del experimento.

Por ejemplo, al lanzar un dado de seis caras, el espacio muestral es {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Un suceso es un subconjunto del espacio muestral, por ejemplo, que salga un número impar.

b. Escribe todas las combinaciones posibles de pedidos que contengan los tres productos.

c. ¿Cuál es la cardinalidad del espacio muestral?

R: _____

d. ¿Cuál es la multiplicación que permite encontrar la cantidad de pedidos posibles?

R: _____

Lección 52

Recuerda que la Regla de Laplace es:

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

e. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona al comprar tres productos estos sean torta de selva negra, jugo de melón y un sándwich de pollo-queso?

R: _____

f. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escoja jugo de piña, sándwich napolitano y torta de tres leches?

R: _____

g. Si una persona es alérgica a la piña, ¿cuál es la probabilidad de que al escoger un menú al azar este no tenga jugo de piña?

R: _____

h. Si una persona pide al garzón que escoja las 3 opciones al azar, ¿cuál es la probabilidad que le toque torta de panqueque naranja?

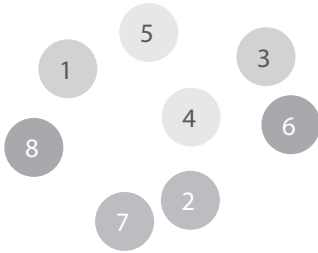
R: _____

Desafíos de integración

Resuelve los siguientes problemas que involucran el principio multiplicativo.

1. Analiza el dibujo Luego, realiza las actividades.

Si se extrae una de estas bolitas al azar:



- ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una bola esta tenga registrado un número múltiplo de 2?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola y que esta sea de color más oscuro?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bolita y tenga registrado un número primo?
R: _____
- Si se extraen dos bolitas al azar, con reposición, ¿cuál es la probabilidad de que la primera par y la segunda sea un número primo?
R: _____
- Si se extraen dos bolitas al azar, con reposición, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea un número menor que 5 y la segunda sea menor de 3?
R: _____

2. Si una persona lanza una moneda tres veces.

- ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

- ¿Cuál es la cardinalidad del espacio muestral?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara – cara – cara?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos 2 sellos?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara – sello – cara, en ese orden?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener a lo más dos caras?
R: _____

3. El experimento consiste en extraer una carta de un naipe inglés y anotar su pinta, luego lanzar un dado enumerado del 1 al 6 y anotar su número.

- Construye un diagrama de árbol para representar la situación.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un diamante y un número mayor que 3?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta de una pinta negra y un número par?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un corazón y luego un número 6?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta de color rojo y un número primo?
R: _____
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un trébol y un cinco?
R: _____

Estrategia: Usar un problema más simple

Una manera de resolver un problema es primero resolver un problema más simple para identificar el procedimiento y luego, aplicarlo a problemas de dificultad más elevada.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

1 Resuelve el problema tratando de simplificarlo primero.

1. Si se lanza 4 monedas al azar. ¿Cuál es la cardinalidad del espacio muestral?

a. ¿Has resuelto un problema similar a este?

R: _____

b. ¿Comprendes la forma de resolución del problema?

R: _____

c. ¿Qué método utilizaras?

R: _____

d. Resuelve el problema.

2. Si se lanzan dos dados de seis caras, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de sus puntos sea un número mayor que 3?

a. ¿Has resuelto un problema más simple similar a este?

R: _____

b. ¿Comprendes la forma de resolución del problema?

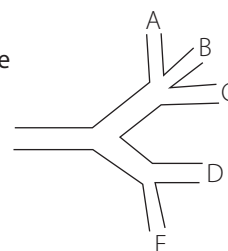
R: _____

c. ¿Qué método utilizaras?

R: _____

d. Resuelve el problema

3. Calcula la probabilidad para llegar a cada uno de los destinos del mapa.



a. ¿Has resuelto un problema similar a este?

R: _____

b. ¿Comprendes la forma de resolución del problema?

R: _____

c. ¿Qué método utilizarás?

R: _____

d. Resuelve el problema

e. ¿Cuál de los trayectos tiene la menor probabilidad de tránsito?

R: _____

f. ¿Qué camino escogerías tú?

R: _____

2 Resuelve los siguientes problemas utilizando el método de simplificar el problema u otra estrategia que te resulte adecuada.

- a. Construye un diagrama de árbol para el lanzamiento de un dado de cuatro caras y una moneda.

- b. Al lanzar una moneda, luego un dado de seis caras enumeradas del 1 al 6 y por último un dado de 4 caras, ¿cuál es la multiplicación que permite determinar la cardinalidad del espacio muestral?

R: _____

- c. Al lanzar una moneda 5 veces, ¿cuál es la cardinalidad del espacio muestral?

R: _____

- d. Se quiere crear una contraseña numérica de seis cifras, con los dígitos del 0 al 9. ¿De cuántas maneras posibles se pueden distribuir los dígitos para crear el máximo de contraseñas?

R: _____

- e. Se lanza dos veces un dado de seis caras, ¿cuál es la probabilidad de que la diferencia entre los números de sus caras sea mayor que cero?

R: _____

- f. Se lanza dos veces un dado de seis caras, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números de sus caras sea un par o un número primo?

R: _____

- g. Se lanza dos veces un dado de seis caras, ¿cuál es la probabilidad de que se obtenga un número primo y luego un número impar?

R: _____

3 Con el contexto entregado, inventa un problema que se pueda convertir primero en otro más fácil. Luego, compártelo con tus compañeros y compañeras.

- a. Contexto: Lanzar una moneda y sacar una carta y anotar su pinta.

Inventa un problema:

Inventa un problema más simple:

- b. Contexto: Extraer de una urna con bolas enumeradas del 1 al 10 y lanzar un dado de seis caras.

Inventa un problema:

Inventa un problema más simple:

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia de dibujar un diagrama.

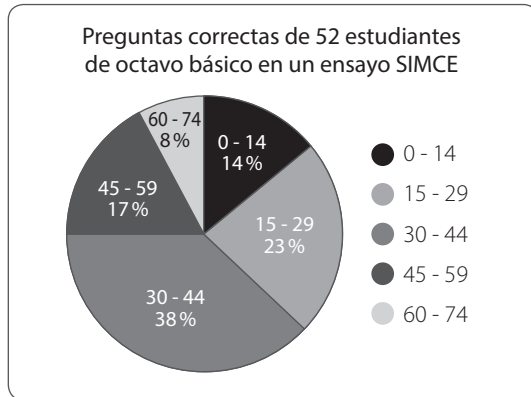
1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?

2. Si aplicaste otra estrategia, explícala.

3. ¿En qué caso crees que no es práctico dibujar un diagrama?

I. Resuelve los siguientes ejercicios.

1. El gráfico las edades de un grupo de 200 personas.



- ¿Cuántos personas son mayores de 14 años?
R: _____
- ¿Cuál es el promedio de la edad del grupo de personas?
R: _____
- ¿En qué intervalo de edad se encuentra la moda?
R: _____

2. Construye un diagrama de caja con la información de la tabla.

Estatura (cm) de bebés nacidos en octubre en el hospital A	
42 - 55 - 47 - 50 - 48 - 44 - 52 - 47 - 44 - 50 - 52 - 52 - 48 - 46 - 53 - 50 - 48 - 46 - 52 - 48 - 50	

3. Analiza la información de la tabla. Luego, responde las preguntas.

Tiempo de espera de clientes para ser atendidos			
i	Tiempo (min)	f	F
1]0,5]	150	150
2]5,10]	220	370
3]10,15]	100	470
4]15,20]	60	530
5]20,25]	20	550

a. ¿En qué intervalo se encuentran los quintiles de la distribución?

R: _____

b. ¿En qué intervalo se encuentra el D_8 ?

R: _____

c. Calcula la mayor cantidad de tiempo que debe esperar el 35 % de los clientes que esperan menos.

R: _____

d. En general, ¿los clientes esperan mucho tiempo para ser atendidos? Explica.

R: _____

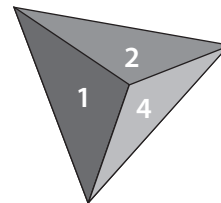
4. Hay 8 botellas de jugo que no tienen etiqueta pero se sabe que 3 son de naranja y el resto de papaya. Jaime prefiere el jugo de papaya, si se escoge una botella al azar, ¿cuál es la probabilidad que elija una de jugo de papaya?

R: _____

5. En una caja hay 5 fichas de dominó que tienen los siguientes números de puntos: 3 - 4, 6 - 1, 5 - 5, 2 - 5 y 1 - 5. Si se elige 1 de ellas, ¿cuál es la probabilidad que sume 7 puntos?

R: _____

6. La figura representa un dado de cuatro caras numeradas del 1 al 4.



a. Si el experimento es lanzar dos veces el dado, ¿cuál es el espacio muestral de él?

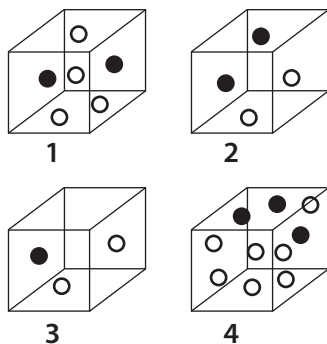
R: _____

b. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan dos números iguales?

R: _____

II. Resuelve los siguientes problemas

1. El experimento es sacar una bolita al azar de una caja.



a. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola blanca en cada caso?

R: _____

b. ¿Cuál caja elegirías para tener mayor opción de obtener una bolita negra? Justifica

R: _____

c. De la caja 4 puedes sacar o poner bolitas blancas o negras. Si quieres tener la misma probabilidad de sacar una bolita negra que en la caja 3, ¿cuántas debes poner o sacar y de qué color?

R: _____

2. Se tienen 3 cajas con bolitas, en cada una de ellas hay una bolita roja y el resto son negras. El número de bolitas son las siguientes: Caja A: 10, Caja B: 100 y Caja C: 1000 ¿De cuál caja es mayor la probabilidad de escoger una bolita roja?

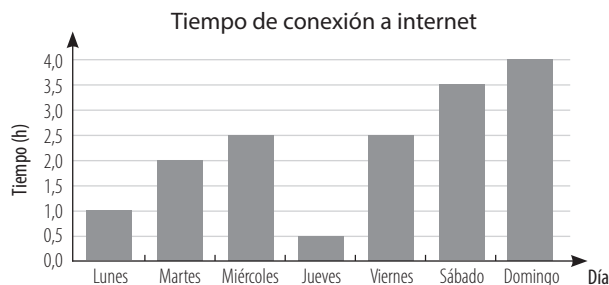
R: _____

3. En una bolsa hay 3 fichas rojas, 2 verdes y 5 fichas azules. El experimento es sacar dos fichas, dibuja el diagrama de árbol correspondiente.

III. En las siguientes preguntas marca la opción correcta.

1. ¿Qué día Pablo estuvo más tiempo conectado a internet?

- A. Lunes.
- B. Martes.
- C. Sábado.
- D. Domingo.



2. ¿Qué valor NO corresponde a la mediana?

- A. P_{50}
- B. D_5
- C. C_3
- D. Q_2

3. El rango de los datos 6, 4, 8, 10, 3, 2, 4, 5, 6, 4 es:

- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 12

4. ¿Cuál es el espacio muestral al lanzar un dado de seis caras?

- A. $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- B. $E = \{1, 3, 5\}$
- C. $E = \{2, 4, 6\}$
- D. $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

5. ¿Qué significa P_{65} ?

- A. Significa que el 65% de la muestra se ubica bajo su valor.
- B. Significa que el 35% de la muestra se ubica bajo su valor.
- C. Significa el porcentaje de la muestra que se ubica bajo el valor 65.
- D. Significa el porcentaje de la muestra que su ubica sobre el valor 65

6. Una urna contiene 3 bolitas azules, 2 rojas, 2 verdes y 1 amarilla. Si la probabilidad de extraer una bolita de cierto color es 0,125, ¿a qué color corresponde la bolita extraída?

- A. Azul.
- B. Roja.
- C. Verde.
- D. Amarilla.

UNIDAD 1

Sección 1

Lección 1 (páginas 6 y 7)

1.
 - a. -4000
 - b. -468
 - c. -72
 - d. 63
 - e. -99000
 - f. 0
 - g. 0
 - h. 40 401
 - i. 23456
 - j. -1 000 000
 - k. -30
2.
 - a. 8
 - b. 12
 - c. -1378
 - d. -1378
 - e. -8
 - f. -40
 - g. -12
 - h. 101
 - i. -1
 - j. 7
 - k. -10
3.

a. -34 b. 29 c. -43 d. 6
4.
 - a. $|-170| \cdot 10 = 170 \cdot 10 = 1700$
 - b. $(18 + (-20)) \cdot 10 = (-2) \cdot 10 = -20$
 - c. $0 \cdot (-45) = 0$
5.

a. -15 c. 154 e. -8
 b. 120 d. 0 f. 72
6.
 - a. -\$42 500
 - b. -12°
 - c. -12 m
 - d. 2,5 horas y 4,5 horas respectivamente
 - e. María vende más caro. Los ingresos de Julio fueron \$105 000 y los de María, \$96 000.
 - f. Rodrigo

- g. $130 \cdot 290 = 37\,700$ ladrillos aproximadamente. Son exactamente 37 859 ladrillos.
- h. \$866 250
- i. 852 m
- j. 27°C
- k. 3 horas 40 min
- l. 306 cm, 2448 cm, -918

Desafío.

Se hacen 13750 bombones en 1 semana. Se perdió \$63 750.

Lección 2 (páginas 8 y 9)

1.
 - a. -6
 - b. 0
 - c. 6
 - d. -3
 - e. -2
 - f. -11
 - g. 26
 - h. 5
 - i. 1
 - j. -1
 - k. -29
 - l. 1
2.
 - a. -10
 - b. -63
 - c. -195
 - d. 12
 - e. -13
 - f. -100
 - g. 0
 - h. -2
 - i. 221
 - j. 1
 - k. 179
 - l. -144
3.
 - a. -625
 - b. -729
 - c. -16
 - d. -64
4.
 - a. -1
 - b. -15

- c. 364
- d. -16
- e. -56
- f. -12
- g. -4
- h. 26
- i. -3
- j. 9
- k. -21

- 5.
- a. -42
 - b. -25
 - c. -64
 - d. 1
 - e. -12

- 6.
- a. 16
 - b. -14
 - c. 80
 - d. -56

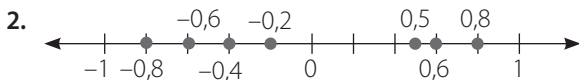
- 7.
- a. 325 metros por hora
 - b. -3°C
 - c. piso -6
 - d. 825 litros
 - e. 4°C por hora
 - f. -125 gramos promedio
 - g. 128
 - h. -9
 - i. -4
 - j. 4
 - k. -77 metros
 - l. -14
 - m. -\$56 000
 - n. 26°C

Desafío.

-8; -6

Lección 3 (página 10)

- 1.
- a. $\frac{-2}{5} = -0,4$
 - b. $\frac{3}{2} = 1,5$
 - c. $\frac{8}{25} = 0,32$
 - d. $\frac{-3}{2} = -1,5$



- 3.
- a. -0,875
 - b. 1,2
 - c. -1,25
 - d. -1,6
 - e. 6,5
 - f. -9,5

- 4.
- a. $-3\frac{2}{5}$
 - b. $\frac{9}{10}$
 - c. $-1\frac{3}{10}$
 - d. $1\frac{1}{10}$
 - e. $\frac{-4}{5}$
 - f. $-2\frac{3}{5}$

- 5.
- a. $m = -4,2; M = 3,5$
 - b. $m = \frac{-8}{3}; M = \frac{5}{6}$
 - c. $m = -6,4; M = \frac{19}{5}$
 - d. $m = \frac{-3}{4}; M = \frac{7}{10}$

- 6.
- a. -4; 2; -1; 0,5
 - b. \$26 438
 - c. En la semana 3

Lección 4 (página 11)

- 1.
- a. $7,468 - 2,147 = 5,321$
 - b. $4,327 + 3,694 = 8,021$
 - c. $9,354 - 6,528 = 2,826$
 - d. $6,127 - 2,359 = 3,768$
 - e. $2,940 + 6,216 = 9,156$

- 2.
- a. $\frac{-57}{40}$
 - b. $\frac{-9}{70}$
 - c. $\frac{23}{15}$
 - d. $\frac{-8}{5}$

- 3.
- a. 2,01
 - b. 35,76
 - c. 126,452
 - d. 0,03
 - e. 254,137
 - f. 0,001
 - g. 0,7

- 4.
- a. Luciana 4,35 km y Marta 2,8 km
 - b. Faltan 0,7 kg de harina

Desafío.

- c. 200 m^2 para sembrar, 300 m^2 para una casa y 100 m^2 para juegos.

Lección 5 (páginas 12 y 13)

1.

- a. $-3,6672$
 b. $2,675$
 c. $1016,301$
 d. $-144,033$
 e. $-43,896$
 f. -1
 g. $\frac{3}{2}$
 h. $\frac{-6}{5}$
 i. $\frac{2}{81}$
 j. -5
 k. 1

2.

- a. $\frac{-147}{20}$
 b. $\frac{-3283}{300}$
 c. $\frac{3}{40}$
 d. $\frac{-77}{10}$
 e. $\frac{19}{14}$

3.

- a. $\frac{8}{3}$
 b. $\frac{35}{24}$
 c. 1
 d. $\frac{9}{5}$
 e. $\frac{1}{2}$
 f. $\frac{32}{27}$

4.

- a. $1,851; 4,443$
 b. $3,68; -1,84; 0,552$
 c. $4,48; -0,448; -0,493$

5.

- a. -6 b. 3 c. $2; -3$ d. -3

6.

- a. 35 m^2
 b. 1032 varones
 c. $\frac{3}{10}$
 d. 200 metros
 e. $35,6 \text{ cm}$
 f. $140,75$ dólares
 g. La masa de la caja es $221,34 \text{ kg}$. La masa de todas las cajas es $27\,446,16 \text{ kg}$
 h. $7,56 \text{ cm}^2$
 i. $5,16 \text{ UF}$
 j. $20,5 \text{ }^\circ\text{C}$ la máxima y $12,2 \text{ }^\circ\text{C}$ la mínima
 k. $1500 \text{ km}, 5400 \text{ km}$
 l. $-12 \text{ }^\circ\text{C}$
 m. $96,25 \text{ cm}^2$

Desafío.

Asistieron 36 hombres, 60 mujeres y 176 niñas.

Lección 6 (páginas 14 y 15)

1.

- a. $0,72$
 b. $-198,02$
 c. $45,678$
 d. $-6,4$
 e. $2,5$
 f. $19,93$
 g. $30,656$
 h. $0,405$
 i. $1,127$

2.

- a. $\frac{16}{9}$ c. $\frac{1}{10}$ e. $\frac{87}{22}$
 b. $\frac{87}{4}$ d. 4 f. $\frac{120}{23}$

3.

	\cdot	5	12	$3,8$	$14,76$
a.	42	210	504	$159,6$	$619,92$
b.	$6,38$	$31,9$	$76,56$	$24,244$	$94,169$
c.	$21,345$	$106,725$	$256,14$	$81,11$	$315,052$
d.	$4,05$	$20,25$	$48,6$	$15,39$	$59,778$

4.

- a. $18,72 \text{ m}^2$ d. $1,5 \text{ m}$
 b. $6,93 \text{ cm}$ e. $51,99 \text{ cm}^2$
 c. $8,123 \text{ cm}^2$ f. $3,4 \text{ cm}$

- e. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$
- f. $54 \cdot 54 = 2916$
- g. $45 \cdot 45 \cdot 45 = 91\,125$
- h. $21 \cdot 21 \cdot 21 = 9261$
- i. $15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 = 759\,375$
- j. $66 \cdot 66 \cdot 66 \cdot 66 = 18974\,736$

3.

- a. = c. = e. ≠
- b. ≠ d. ≠ f. =

4.

- a. 8 b. 64 c. 36 d. 64

5.

- a. 64 tomos
- b. 65 537 personas

Lección 8 (páginas 21 y 22)

1.

- a. $5^{1+3} = 5^4$
- b. $(3 \cdot 5 \cdot 2)^4 = 30^4$
- c. $(5 \cdot 3 \cdot 2)^2 = 30^2$
- d. $7^{2+2+2} = 7^6$

2.

- a. $5^3 \cdot 5^2 \cdot 5 = 5^6$
- b. $2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^6 = 2^{14}$
- c. $6 \cdot 6^3 \cdot 6^4 = 6^8$
- d. $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^4 = 10^9$

3.

- a. $2 \cdot 2^2$
- b. $5^3 \cdot 5^5$
- c. $12^2 \cdot 12^3$
- d. $21^{23} \cdot 21^{20}$

4.

- a. $4^3 \cdot 2^3$
- b. $3^8 \cdot 4^8$
- c. $6^5 \cdot 3^5$
- d. $9^{12} \cdot 5^{12}$
- e. $3^4 \cdot 7^4$

5.

- a. 4
- b. 8
- c. 7
- d. 10

6.

- a. Sí, para multiplicar potencias de igual exponente, se mantiene el exponente y se multiplican las bases.

- b. No, para multiplicar potencias de igual exponente, se mantiene el exponente y se multiplican las bases.
- c. No, para multiplicar potencias de igual base, se mantiene la base y se suman los exponentes.

7.

- a. 5184 b. 5184 c. 400

8.

- a. $2^8 \cdot 10^{26}$
- b. $6^4 \cdot 10^{15}$
- c. $6^5 \cdot 10^{14}$
- d. $2 \cdot 10^{12}$

9.

- a. $P = 2^6 \cdot 2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^2 = 2^{15}$; $Q = 2^7 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{15}$ Son iguales
- b. $\$ 10^4$
- c. 2^5 maneras
- d. 6^4 formas
- e. $\$ 2^8 \cdot 5^3$
- f. 12^7 m^3
- g. 96 y 192; $3 \cdot 2^{24}$
- h. 10^3 mm^2
- i. 2^{10} cm^2
- j. 729 claves distintas
- k. $27^4 \cdot 10^2$
- l. 6^6 maneras distintas
- m. 729
- n. 9

Desafío.

32 cm de lado

Lección 9 (páginas 23 y 24)

1.

- a. $4^{17-7} = 4^{10}$
- b. $(8 : 2)^5 = 4^5$
- c. $12^{4-3} = 12$
- d. $(24 : 8)^3 = 3^3$
- e. $(720 : 9)^{12} = 80^{12}$
- f. $(32 : 4)^5 = 8^5$

2.

- a. $2^4 : 2 = 2^3$
- b. $5^4 : 5^2 = 5^2$
- c. $7^4 : 7^2 = 7^2$
- d. $6^4 : 6^3 = 6$
- e. $3^5 : 3^4 = 3$

3.

- a. $3^5 : 3^3$
- b. $7^{10} : 7^2$
- c. $9^8 : 9^4$
- d. $11^{15} : 11^5$

4.

- a. $(8 : 4)^3 = 8^3 : 4^3$
- b. $(15 : 3)^4 = 15^4 : 3^4$
- c. $(14 : 2)^6 = 14^6 : 2^6$
- d. $(9 : 3)^{15} = 9^{15} : 3^{15}$

5.

- a. $5^5 \cdot 2^3$
- b. $5^8 \cdot 2^4$
- c. $2^5 \cdot 3^9$
- d. $3^2 \cdot 2^{18}$
- e. $3^5 : 2^5$
- f. 10^3
- g. 6^5
- h. 2^3

6.

- a. 9
- b. 8
- c. 4
- d. 2
- e. 9

7.

- a. 27
- b. 4
- c. 64
- d. 2401
- e. 625

8.

- a. 2048 metros
- b. $3^5 \cdot 2^7$ mm
- c. 10^5 estanques
- d. 27 metros
- e. 22 días
- f. 5^2
- g. 2^7 cm
- h. 18 cm
- i. 20 cajas
- j. 20 cm de arista;
 400 cm^2
- k. 11^3 cm^3
- l. 11 378
- m. 1728

Desafío.

Día 7

Lección 10 (página 25)

1.

- a. 1
- b. 1
- c. 1
- d. 1
- e. 2
- f. 3^3

2.

- a. 2^7
- b. 1
- c. 3^3
- d. 1
- e. $5 \cdot 2^8$
- f. 2

3.

- a. 3
- b. 3
- c. 8
- d. 4
- e. 3

4.

- a. Potencia de base distinta cero y de exponente cero equivale a 1.
- b. Al multiplicar potencias de igual exponente, se mantiene el exponente y multiplican las bases.
- c. Al dividir potencias de igual exponente, se mantiene el exponente y se dividen las bases.
- d. Al dividir potencias de igual base, se mantiene la base y se restan los exponentes.

5. 5

6. 1

7.

- a. F
- b. F
- c. V
- d. F
- e. V
- f. V
- g. V

8.

- a. No, toda potencia de base distinta de 0 y de exponente 0 equivale a 1
- b. No
- c. Multiplicación de potencias, simplificación y adición
- d. Se debe intentar igualar las bases para trabajar con potencias de igual base, de lo contrario resolver las potencias y realizar la multiplicación de los productos obtenidos
- e. $n : 0$

Lección 11 (página 26)

1. 9; 16; 25; 49; 64; 81; 144

2.

- a. 2
- b. 4
- c. 5
- d. 11
- e. 8
- f. 12

3.

x	9	49	36	144	196
\sqrt{x}	3	7	6	12	14

4.

- a. 3 y 4
- b. 2 y 3
- c. 4 y 5
- d. 9 y 10
- e. 9 y 10
- f. 10 y 11

5. a. 30 c. 55 e. 110
 b. 12 d. 33 f. 240

6. a. 12 cm
 b. 9 cm y 100 cm, 36 cm y 25 cm
 c. 3 cm y 6 cm

Desafío.

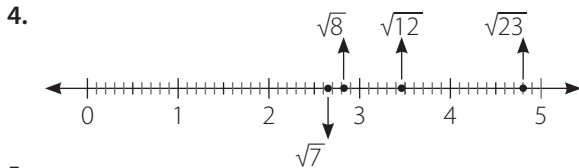
Porque todas las aristas miden 4 cm

Lección 12 (página 27)

1. a. 2,5 b. 3,2 c. 3,7 d. 4,5

2. a. 1,96
 b. 46,24
 c. 27,04
 d. 50,41

3. a. 2,6 b. 2,8 c. 3,4 d. 4,7



5. a. 3,2
 b. 4,6
 c. 8,1
 d. 10,4

6. a. F c. F e. V
 b. F d. V

7. Calcular la raíz cuadrada de un número natural es encontrar un factor que elevado al cuadrado sea igual al número dado

8. a. 4,2 cm b. $\sqrt{10}$ c. 4 cm²

¿Cómo voy? (páginas 28 y 29)

1.

	Potencia	Base	Exponente	Valor
a.	5^6	5	6	15625
b.	3^4	3	4	81
c.	2^5	2	5	32
d.	4^3	4	3	64
e.	5^3	5	3	125

2. a. 5125 b. 288 c. 269 d. 28

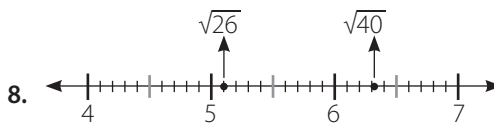
3. a. 35^5 c. 8^2
 b. 6^6 d. $14 \cdot 5^2$

4. a. p^{18} c. x^y
 b. a^{2-r} d. q^{a+b-c}

5. 100; 169; 225; 289

6. a. -3 b. 75 c. -20 d. -3

7. a. 6 y 7 b. 5 y 6



Desafíos de integración

1. a. 18 mm
 b. 4000 metros de alambre
 c. 8
 d. $2^3 \cdot 3 \cdot 5$
 e. 13 y 14
 f. 10^{14} células
 g. 7 horas
 h. 291 bacterias
 i. 7776 bebidas
 j. 3 cm
 k. 2
 l. 5^4 asientos
 m. 162 conejos

Resolución de problemas (páginas 30 y 31)

1. a. 6; 4
 El exponente es par el último dígito es 6
 El exponente es impar el último dígito es 4
 b. 7; 7 + 9
 $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$
 18
 $12^2 = 144$
 c. 14

- 5.
- a. \$ 1 060 900
 - b. \$ 655 398
 - c. \$ 1 061 208
- 6.
- a. 9 kg
 - b. 6,4 metros
 - c. 1370 alumnos
 - d. \$ 555 555
 - e. 7,95 %
 - f. 38 884,3 millones de euros
 - g. \$ 500 000
 - h. 36 %
 - i. \$ 6307
 - j. 66,6 %
 - k. 18 %
 - l. \$ 8000
 - m. Disminuye un 20 %
 - n. 240 cc
 - ñ. 75 %
 - o. \$ 21 200

Desafío.

No porque cambia el total en cada caso.

¿Cómo voy? (páginas 36 y 37)

- 1.
- a. 5 %
 - b. 63
 - c. 415
 - d. 44 %
 - e. 4947
 - f. 2,45
 - g. 17 325
 - h. 400
- 2.
- a. 120
 - b. 48,38
 - c. 33,8 %
 - d. 2,4 %
 - e. 1340
- 3.
- a. 27 %
 - b. 319 550
 - c. 9,5
 - d. 119 064
 - e. 2 %


Desafíos de integración

- 1.
- a. 13 %
 - b. 12 %
 - c. 22 350
 - d. 4600
 - e. 3080
 - f. 1088 asientos
 - g. 104 160
 - h. \$ 1385
 - i. 20 %
 - j. \$ 525
 - k. 13 %
 - l. 3 %
 - m. 98 rosas y 147 claveles
 - n. 3,9 % de alza
 - ñ. 2125 personas
 - o. 25 %
 - p. 30 625 000

Resolución de problemas (páginas 38 y 39)

- 1.
- a. 2450 cc
 - b. 12 250 asistentes
 - c. \$ 25 920
 - d. \$ 12 400
 - e. \$ 427 000
 - f. 4050 sillas
 - g. 6 %
 - h. \$ 240 000
 - i. 26,9 %
 - j. 360 mujeres
 - k. 140 panes
- 2.
- a. 7,7 %
 - b. \$ 265 302
 - c. Carla 16 %, Ana 36,7 % y Luis 47,3 %
 - d. \$ 168 000
 - e. 20 %
 - f. 33,3 %
 - g. \$ 432 000

¿Qué aprendí? (páginas 40 y 41)

- 1.
- a. -215
 - b. -17
 - c. 15
 - d. 34
- 2.
- 
- 3.
- a. V
 - b. V
 - c. F
 - d. F

- 4.
- 4,7 km
 - 1000, 200, 100; 160; 53,5 l
 - 24,64 m; 1760
5. D
6. A
7. D
8. C
9. C
- 10.
- 11 550
 - 707
 - 25
 - 14
- 11.
- 5,5 cm
 - 9,2 cm
 - 11,8 cm
 - 14,8 cm
12.
\$ 20242
13. \$ 38647
14. Los precios bajaron 0,2%, precio del pan \$ 948
15. 383 %
- 16.
- 38,5 %
 - 18,18 %
 - 846 especies
- 17.
- 2472000
 - 25 %
18. Porque en cada caso cambia la cantidad total.

UNIDAD 2

Sección 4

Lección 15 (páginas 42 y 43)

- 1.
- $\frac{x}{5} - 3$
 - $\frac{x}{2} + 5$
 - $\frac{x - (x + 1)}{5}$
- 2.
- El triple de un número, aumentado en dos unidades.
 - Un número aumentado en cuatro unidades.

- La cuarta parte, del doble de un número disminuido en 3.
- 3.
- Sí
 - No
 - Sí
- 4.
- $-8x + 3$
 - $-1,18d - 22$
 - $x + \frac{y}{2}$
- 5.
- $10 + 9x, 100 - 9x$
 - $4n; 140$ cuadrados
 - $6x + 1; 505$ hexágonos
- 6.
- $f - m - x$
 - $8m + 16n$
 - $\frac{h - m}{h}$
 - $3x + 12$
 - $3k + 8$ cm
 - $4y - x$
 - $14m + 42$
 - $2ab + 2ac + 2bc$
 - $3z(y + 2x)$
 - $12x + 23$
 - 138,6 km
 - 21,22
 - 7,6 cm
 - $1,19 \cdot 1,3 \cdot \frac{x}{12}$
 - $\$ 860(x + 8)$

Desafío.

$x > 3$, ya que con $x = 3$ uno de los lados es 0.

Lección 16 (páginas 44 y 45)

- 1.
- $36b^4$
 - $-40z^3$
 - $72a^5b^3$
 - $\frac{8}{15a^4b^3}$
- 2.
- $ab^4 + 12a^4b^4 + a^2b^3$
 - $-72z^2 - 9z^3 - 45z^4$
 - $\frac{-a^3b}{3} + \frac{ab^3}{3}$
 - $50b^5c^3 + 5b^6c^3$

3.

a. $\frac{x^2}{2} - \frac{5x}{2} + 3$

b. $m^3 - 2m^2 + 4m - 3$

c. $1 - a^2 - 2ab - b^2$

d. $4a^6 - 16c^4$

4.

a. $a^2 + 2ab^2 + b^4$

b. $x^2 - 3x - 18$

c. $4y^2 + 4y - 24$

d. $9x^2 - 16$

5.

a. $25x^2 + 30xy + 9y^2$

b. $35x^5y^5 - 14x^6y^4$

c. $\frac{2a^4b^2 - 3a^3b^3}{2}$

d. $54x^4 - 36x^2 + 6$

6.

a. $4m^2 - 20m + 24$

b. $4x^2 + 32x + 63$

c. $4n^2 - 9$

d. $x^2 + 4x + 4$

e. $x^3 + 3x^2 + 2x$

f. 19

g. $a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2 = a^2x^2 + b^2y^2 + a^2y^2 + b^2x^2$

h. $(60 - 7)^2; 60^2 - 2 \cdot 60 \cdot 7 + 7^2; 2809$

i. $(30 + 3)(30 - 3) = 30^2 - 3^2 = 891$

j. Suma por diferencia;

$(100 + 5)(100 - 5) = 100^2 - 5^2 = 9975$

k. $(80 + 6)(80 + 9) = 80^2 + (6 + 9)80 + 6 \cdot 9 = 7654$

l. $2x^2 + 12x + 60$

m. $x^2 + 10x + 21$

n. Perímetro: $6x + 40$; Área: $x^2 + 14x + 72$

Desafío.

$t = 2(n + 4)(n + 1)$ o $t = 2n^2 + 10n + 8$

Lección 17 (páginas 46 y 47)

1.

a. Factor común $25a^2b^2c$;

Factorización $25a^2b^2c(ab^2 - 4bc^3 + 6ac^3)$

b. Factor común $\frac{8p^3q^3}{5}$;

Factorización $\frac{8p^3q^3}{5} \left(\frac{2q}{5} + \frac{4pq^2}{3} - \frac{p^2}{15} \right)$

c. Factor común $7z^2w$;

Factorización $7z^2w(2zw - 10w^4 + 3z^2 - 21w^3)$

d. Factor común $4x^3y^2z^2$;

Factorización $4x^3y^2z^2(2x^2yz^2 - 4x^4y^2 + 8z^3 - xy^2z)$

2.

a. $z + 12$

c. $y + 14$

b. $b + 7$

d. $m - 4$

3.

a. $4y - 1$

c. $-3y - 4$

b. $-4y - 2$

d. $8y - 4$

4.

a. $(v + 3)(v + 2)$

c. $(y + 5)(y + 5)$

b. $(p + 9)(p + 2)$

d. $(m + 5)(m + 3)$

5.

a. $p + 6$

c. $(y + x)(y - x)$

b. $b + 9$

d. $(3m + 2)(3m - 2)$

6.

a. $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$

b. $4y + 12$

c. $x + 5$

d. $(2x + 3)y(2x + 1)$

e. $-3y - 6$

f. $(2x + 1)y(3x + 2)$

g. $(x + y - 5)(x + y + 3); (y + 9)(y - 1)$

h. $-27, -12, -3, 3, 12, 27$

i. Si m es 8, el perímetro es 12

j. 2, debido a la cantidad de productos distintos que es posible encontrar

k. $15^2 = 225; 25^2 = 625; 35^2 = 1225; 45^2 = 2025; 55^2 = 3025; 65^2 = 4225; 75^2 = 5625; 85^2 = 7225;$

Desafío.

Cuadrado B de lado 1,4 y el cuadrado A de lado 6,4.

¿Cómo voy? (páginas 48 y 49)

1.

a. $2x + \frac{x}{3}$

b. $\frac{2x}{3} - \frac{x}{5}$

c. $\frac{x+6}{4} - 3x$

d. $2x + 3(x - 3)$

e. $4(x + 5) + 7(x - 4)$

f. $3x - \frac{x}{2} - 5$

g. $\frac{x-9}{2} - \frac{x}{4}$

2.

- a. 126ab
- b. $480x^2y^2$
- c. $20a^2 - 44ab + 12a$
- d. $m^2 - 4m - 77$
- e. $36p^2 + 72q^2 - 297pq + 204p - 51q$
- f. $\frac{9a^2b^2c}{4}$
- g. $60a^2 + 24b^2 + 12c^2 - 77ab - 63ac + 44bc$

3.

- a. $2(6a + 7b)$
- b. $5(x + 3y - 14z + 5)$
- c. $3ab(a - 7b + 1)$
- d. $(m + 2)(m + 10)$
- e. $(s + 4)(s + 8)$
- f. Buscando un factor común o dos factores.

Desafíos de integración

1.

- a. $(28m + 16)$ centímetros
- b. $(10800x - 2250)$ metros
- c. $(385x + 100)$ centímetros
- d. $(270x + 44)$ centímetros
- e. $(48x + 108)$ centímetros
- f. $(378x^2 + 1533x + 1470)$ m²
- g. $15625(27x^3 + 27x^2 + 9x + 1)$ cm³
- h. $\frac{4}{5}(35x^2 + 66x + 27)$ cm²
- i. $\frac{121}{100}(9x^2 + 6x + 1)$ cm²
- j. $(20x^2 + 22x + 5,6)$ m²
- k. $(x + 6)$ y $(x + 8)$ metros
- l. verde: a cm, celeste: c cm por b cm
- m. $(4t + 8)$ centímetros
- n. $2a + 3b$
- ñ. $(x + 6)$ centímetros

Resolución de problemas (páginas 50 y 51)

1.

- a. $-8y - 3$
- b. $(3x + 1)(x + 2)$
- c. 2 aceites y 1 azúcar
- d. 32
- e. 7 cerdos

- f. 1806
- g. 32 y 23; 41 y 14
- h. $(7x - 5)(2x - 1)$

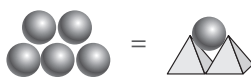
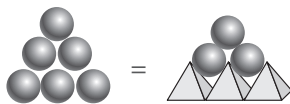
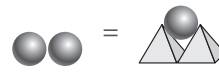
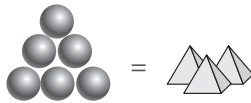
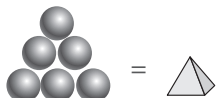
2.

- a. Tomás tiene un gato y Nicolás tiene un conejo
- b. $(2x + 3y)$ y $(2x - 3y)$ centímetros
- c. 20 lechugas
- d. $(x - 12)(x + 4)$
- e. 27
- f. $(550 + 450)(550 - 450) = 1000 \cdot 100 = 100\,000$
- g. $(98 + 10)(98 + 2) = (108)(100) = 10\,800$ m²
- h. 12,8 metros

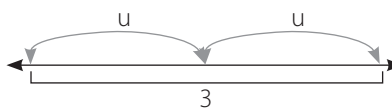
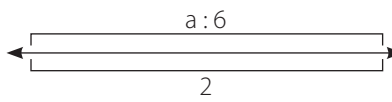
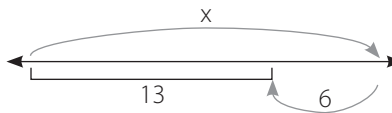
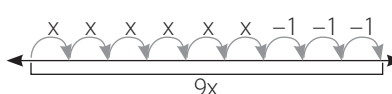
Sección 5

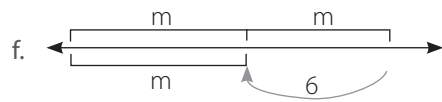
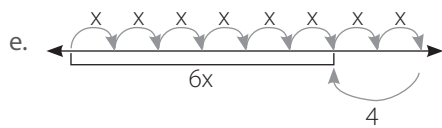
Lección 18 (páginas 52 y 53)

1.

- a. 
- b. 
- c. 
- d. 
- e. 

2.

- a. 
- b. 
- c. 
- d. 



3.

- a. $x - 8500 = 12\,300$; \$ 20 800
- b. $2x + 5 = 10 - 3x$; 1
- c. $x + y = 61$; $x - y = 5$; 28 años
- d. $xy = 6$; $x - y = 1$; 2 metros
- e. $x + y = 35$; $x - y = 3$; 20 años
- f. $4x = 144$; 36 centímetros
- g. $x - \frac{x}{2} - 2 = 17$; 38 alumnos
- h. $1,19x = 42\,500$; \$ 35 714
- i. $\frac{x}{3} + \frac{2x}{9} = 8$; $\frac{72}{5}$
- j. \$ 48 000 000
- k. $12(1 - p) = 84$; - 6

4.

- a. $4x + 19 = 50$
- b. $3x + 72 = 5x$
- c. $x + 14 = 4x$

5.

- a. El doble de la edad de Juan aumentada en 8 es igual a 50 años. ¿Cuál es la edad de Juan?
- b. Setenta veces un número disminuido en 16 resulta 125, ¿cuál es el número?
- c. Si al doble de las muñecas de Andrea le agregan una más entonces tendría 7 muñecas. ¿Cuántas tiene?

6.

- | | |
|------------|------------|
| a. $x - 5$ | d. $x + 4$ |
| b. $x + 6$ | e. $x + 4$ |
| c. $x + 5$ | f. $x + 3$ |

Desafío.

$$x = 5a + 30$$

Lección 19 (páginas 54 y 55)

1.

- a. restar 10
- b. dividir por 5
- c. sumar 87
- d. dividir por 10
- e. restar 1

2.

- | | | |
|-------|-------|-------|
| a. no | c. sí | e. sí |
| b. sí | d. no | |

3.

- a. - 12 333
- b. • 8 512
- c. : 4 9
- d. : 2 88
- e. - 76 47

4.

- a. 21
- b. 2
- c. 4
- d. -7
- e. 4

6.

- a. $8b = 40$; 5 cm
- b. $3x + 120^\circ = 180^\circ$; 20°
- c. $4x + 7 = 31$; 6 cm

7.

- a. El tiempo no considera valores negativos.
- b. La cantidad de hermanos debe ser un entero.
- c. El área no puede ser negativa y se mide en centímetros cuadrados.

8.

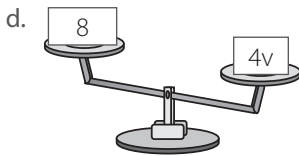
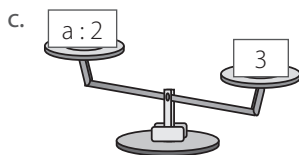
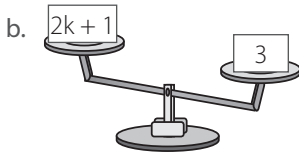
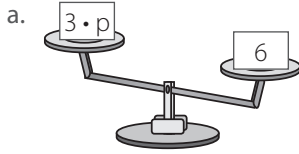
- a. 1056
- b. 9 cm
- c. 51
- d. 262
- e. 198
- f. 4
- g. 16
- h. \$ 825 000
- i. 21 cm
- j. 9 muñecas
- k. 25 sauces
- l. \$ 455
- m. 12900 km
- n. 3 años
- ñ. \$ 8800
- o. 21 años
- p. 118 años
- q. 6 horas
- r. 700 entradas

Desafío.

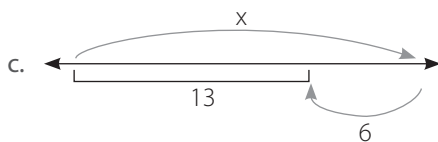
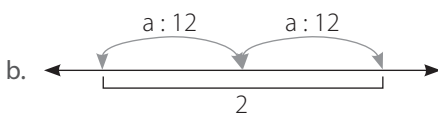
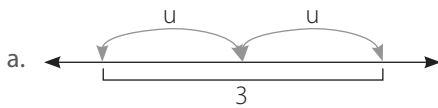
21, 63 y 43

Lección 20 (página 56)

1.



2.



3.

- | | | |
|-----------|--------|-----------|
| a. \leq | c. $>$ | e. \leq |
| b. \leq | d. $<$ | f. \geq |

4.

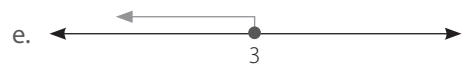
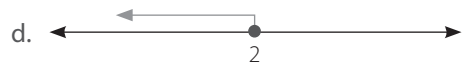
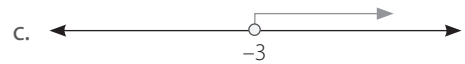
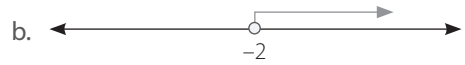
$x > 9$ horas

5.

- | | | |
|------|------|------|
| a. F | c. V | e. F |
| b. V | d. F | f. F |

Lección 21 (página 57)

1.



2.

- | | |
|----------------|---------------|
| a. $x \geq -1$ | d. $x \leq 0$ |
| b. $x < -1$ | e. $x \leq 4$ |
| c. $x > -2$ | |

3.

- a. $x > 4,6$
- b.
- c.

d. $x \geq \frac{2}{5}$

4.

- a. Los números mayores o iguales a -2 .
- b. Los números menores que 3 .
- c. Los números menores o iguales a 3 .
- d. Los números mayores que $-1,4$.

5.

- a. Los números mayores o iguales a -1 .
- b. Los números mayores o iguales a 3 .
- c. Los números menores o iguales a -1 .

Lección 22 (páginas 58 y 59)

1.

- a. sumar 10
- b. dividir por 6
- c. sumar 35

- d. multiplicar por 4
- e. dividir por 100
- f. restar 0,2
- g. sumar s
- h. dividir por -2 e invertir la desigualdad
- i. dividir por -14 e invertir la desigualdad

2.

- a. $x > 57$
- b. $b > 729$
- c. $t < 11$
- d. $r > 11$
- e. $d < 25$
- f. $x \geq 9$
- g. $q \geq \frac{19}{3}$

3.

- a. $x > 12$
- b. $x < 10$
- c. $x > 3$
- d. $x > 1$
- e. $x < 19$

4.

- a. $x + x + 1 > 100; x > 49,5; 50$
- b. $x + 2x \leq 450; x \leq 150; 100$
- c. $\frac{x}{2} > 50; x > 100; 101$
- d. $0,4x > 4000; x > 10\ 000; \$ 10\ 001$

5.

- a. 99 cm
- b. 6 m
- c. \$ 7501

6.

- a. Un número aumentado en 2 es mayor a 2.
- b. El doble de un número es a lo más -6 .
- c. El triple de un número es mayor que 15.
- d. Un número aumentado en 8 es a lo menos 12.

7.

- a. 75 metros
- b. Un número menor que 4
- c. Deben medir más de 14 cm
- d. 15
- e. Mínimo 59 litros
- f. Máximo 27 kg
- g. Tiene un costo menor que \$ 3587
- h. Hasta los 37 años del padre
- i. 720 kilómetros
- j. Menos de 101 cartas
- k. Luego de 80 horas
- l. 18 litros
- m. 28, 14 y 43 estudiantes respectivamente
- n. A lo más 16 años

Desafío.

Entre \$ 800 y \$ 1100

¿Cómo voy? (páginas 60 y 61)

1.

- a. $\frac{22}{9}$
- b. 0
- c. 1
- d. $\frac{5}{19}$

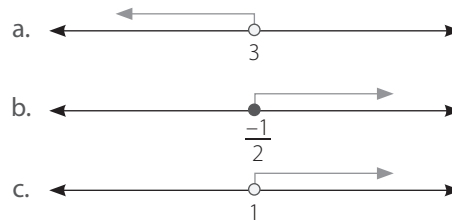
2.

- a. No, $f = \frac{2}{7}$
- b. sí
- c. No, $y = \frac{5}{3}$

3.

- a. $3k + 1 = 2$
- b. $4k + 1 = 2k + 3$

4.



5.

- a. $x \leq \frac{7}{10}$
- b. $x > \frac{-16}{11}$
- c. $x < \frac{5}{13}$
- d. $x \geq \frac{49}{2}$

Desafíos de integración

1.

- a. 40 y 10 años
- b. 4 metros más
- c. 5 monedas de \$ 500 y 20 monedas de \$ 100
- d. $\angle CAB = 18^\circ, \angle BCA = 54^\circ, \angle ABC = 108^\circ$
- e. 70 de naranja, 140 de menta y 213 de uva
- f. A lo más 61,8 mm
- g. Máximo 480 kg
- h. Números mayores que 8
- i. Una medida mayor a 12,5 cm
- j. 1 pera
- k. 11 años
- l. Los números mayores que 20
- m. $68^\circ < F < 86^\circ$
- n. 22 o 23 alumnos

Resolución de problemas (páginas 62 y 63)

- $x + 3 \geq 60$, a lo menos 57 años
 - $2x + 2x + 2 = 2x + 4$, 2 y 4
 - $x - y = 24000$; $x + y = 38000$, \$ 31000
 - $2x + 3x + 5x = 180^\circ$, 36°
 - $4x - 5 < 13$, 4
 - $x - y = 20$; $x + y < 86$, 52 años
 - $2z - 17 < 35$; $\frac{z}{2} + 3 > 15$, $z = 25$
 - $3x + y > 51$; $2x - y = 24$, 21 páginas mínimo
 - $x + 2x + 17000 = 620000$, \$ 201000
 - $x + 3x + 4x - 5 = 11$, el mayor es 6
 - $4 < \frac{x}{2} < 6$; $\frac{x}{2} < 6$; Mínimo 9 kg
 - $5x - 875 \geq 415$, mínimo deben pesar 258 kg.
 - $16x - 12 + 4x + 16 = 24$, mide 2 cm

- Los números mayores que 50
 - Mínimo 10 cuadernos
 - Le quedaron 25
 - 243 cm^2
 - No, puede obtener a lo más un 5,9
 - 1000 km
 - 5 triángulos

Sección 6

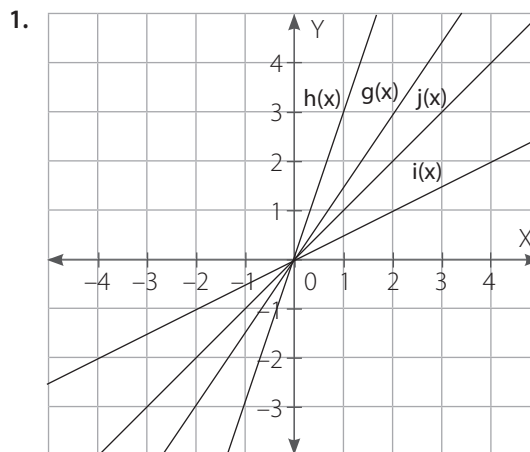
Lección 23 (página 64)

- ✓
 - ✓
 - ✓
 - ✓
- No
 - No
 - Sí, $k = 2$
 - Sí, $k = 1,5$
- $M = \frac{55}{9}$
 - $B = \frac{6}{5}$
 - 0,26 g de grasa
 - 60 resmas
- $y = 7500x$
 - $y = 48x$

c. $y = 3250x$

d. $y = 6x$

Lección 24 (páginas 65 y 66)



- $y = 5x$
 - $y = 6x$
 - $y = 0,1x$
 - $y = 8x$
- $f(x) = -3x$
 - $g(x) = 2x$
 - $h(x) = \frac{2x}{3}$
 - $i(x) = \frac{x}{3}$
- $y = 50x$
 - $c(l) = 830l$
 - $y = 1,5x$
- $f(x)$; el precio en c debe ser $545 < x < 837$
 - Equivale al precio de un kilogramo de naranjas; La relación de kilogramos por cada peso
 - $P(x) = 773,5x$; $P(C) = 1,19C$
 - $C(x) = 7500x$; \$ 3 375 000; 400 álbumes
 - $y = 90x$; 1,35 metros
 - $k = 40$; Se realizan 40 copias por minuto; 1200 copias; 5 minutos; No, se termina a las 15:05

Lección 25 (páginas 67 y 68)

- Lineal
 - Afín
 - Lineal
 - Afín
 - Lineal

2.

- a. $k = \frac{-7}{8}$
- b. $k = 1$
- c. $k = 2$
- d. $k = 3$
- e. $k = 2,5$

3.

- a. $g(x) = -x + 2$
- b. $h(x) = \frac{4x}{3} - \frac{10}{3}$
- c. $j(x) = -x - 2$
- d. $kx = \frac{x}{4} - \frac{7}{4}$

4.

- a. -12
- b. -11
- c. 8
- d. -2

5.

- a. $y = 620x + 325$; $k = 620$
- b. $y = -x + 15$; $k = -1$
- c. $y = 400x + 3200$; $k = 400$
- d. $y = 6x + 12$; $k = 6$
- e. $y = 4500 - 25x$; $k = -25$
- f. $y = 250x + 2000$; $k = 250$
- g. $y = 80\,000 - 12\,000x$; $k = -12\,000$

6.

- a. $\frac{5x}{130} + 4$ g de grasa
- b. $P(h) = 5h$; 35 mm; 15:00 h
- c. $H(t) = \frac{2t}{5} + 2$; 15 semanas; 10 cm
- d. $C(x) = 120x + 500$; \$ 14 900; 240 km
- e. $V(t) = \frac{-4t}{5} + 16$; 16 cc; 8,8 cc; 20 m
- f. $L(k) = 30 - \frac{k}{12}$; 360 km

Desafío

$N(t) = 2000 - 72t$; 27 días; 56 hormigas

Lección 26 (página 69)

1.

- a. 1
- b. 0
- c. -7
- d. -4
- e. 1
- f. 1

2.

- a. -3
- b. 6
- c. 12
- d. 11
- e. 2
- f. -5

3.

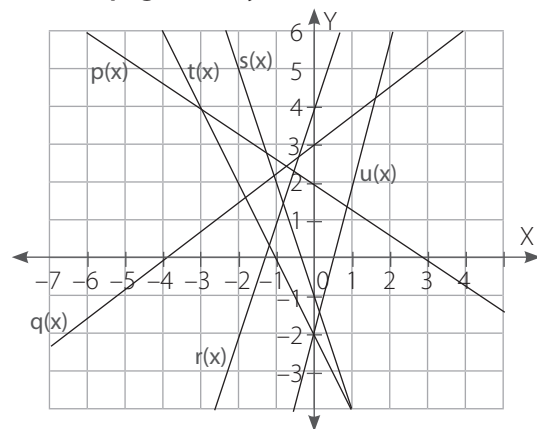
- a. Creciente
- b. Creciente
- c. Decreciente
- d. Decreciente
- e. Decreciente

4.

- a. El con mayor incremento en su posición, por lo tanto, el bus con movimiento $f(x)$.
- b. En la empresa B en el cual el valor de las acciones es creciente.
- c. 0 °C
- d. La compañía B tiene que cobrar menos de \$ 350 por kilómetro recorrido.

Lección 27 (páginas 70 y 71)

1.



2.

- a. Decreciente
- b. Creciente
- c. Creciente
- d. Creciente
- e. Decreciente
- f. Decreciente

3.

- a. A
- b. E
- c. C
- d. D
- e. B

4.

- a. $y = -x + 6$
- b. $y = \frac{3x}{4} + \frac{11}{4}$
- c. $y = \frac{-4x}{5} + \frac{23}{5}$
- d. $y = -\frac{2x}{5} - \frac{7}{5}$

5.

a. $y = \frac{8x}{9} + \frac{14}{9}$

b. $y = \frac{x}{2} + 4$

$y = \frac{5}{2}$

c. $y = -x + 10$

d. Las gráficas presentarían distintas pendientes debido a los distintos cobros por minuto hablado.

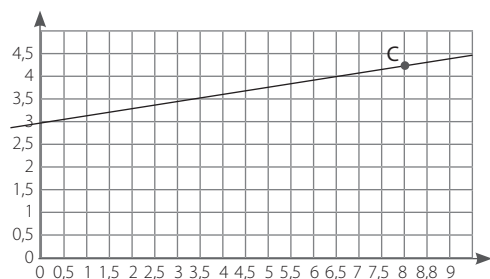
e. Sí, pero el sueldo dependerá del número de muebles realizados.

Determinar la capacidad promedio mensual de muebles terminados por los trabajadores.

f. Determinar que bus recorre una mayor distancia en la misma cantidad de tiempo.

Desafío

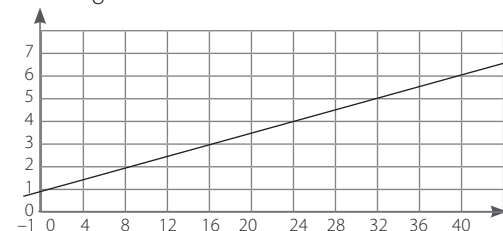
$y = 0,15x + 30\,000$; \$ 780\,000; Gráfica en 10\,000



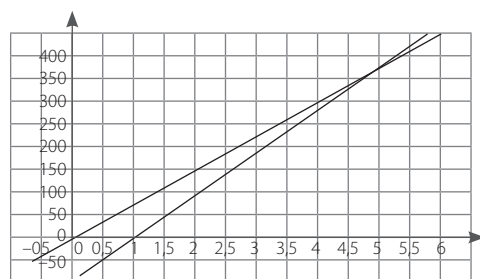
Lección 28 (páginas 72 y 73)

6.

a. $N = \frac{1}{8}P + 1$



b. Los buses tienen una rapidez media de 72 km/h y 90 km/h



c. \$ 155 es el valor promedio de venta de sus productos y \$ 10\,800 corresponde a los gastos fijos que tiene su trabajo; Vender aproximadamente 70 artesanías

d. $Cl(a) = 0,5a$

e. $F = \frac{7C}{5} + 32$; $C = \frac{5}{7}F - 32$

f. 3500 meses

g. $M(T) = \frac{13T}{35}$

h. $\$ = 1,05X$

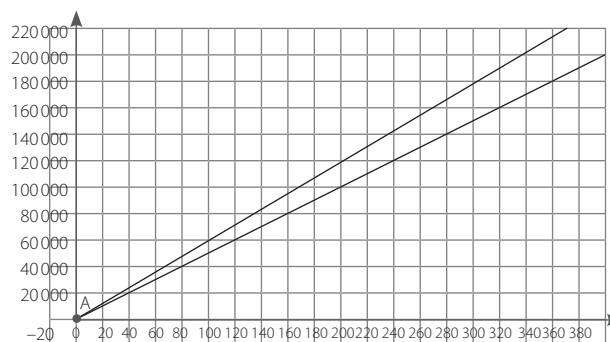
i. $G(k) = 25 - k/10$; 250 kilómetro

j. $A = 7000(n + 1) + 18\,000 = 7000n + 25\,000$

$B = 10\,000(n + 1) = 10\,000n + 10\,000$

La opción A

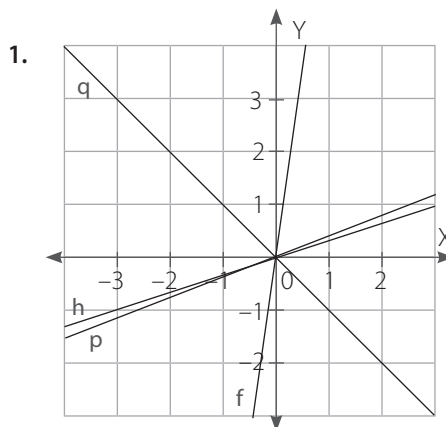
Desafío



Para 20 km es más barato el transportista B

Por un recorrido de 4,5 km

¿Cómo voy? (páginas 74 y 75)



2.

b. ✓

d. ✓

- 3.
- 3
 - $\frac{-1}{6}$
 - $\frac{-10}{3}$
 - $\frac{3}{5}$
- 4.
- $f(x) = -3x + 2$
 - $g(x) = 2x + 1$
 - $h(x) = \frac{x}{2} - 1$
5. $I(G) = 6G - 4$ (millones de pesos)

Desafíos de integración

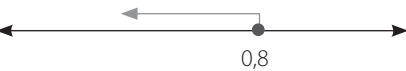
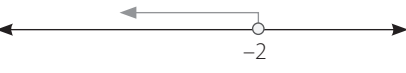


- 1.
- 50 km
 - \$ 10800
 - 210 litros
 - $P(t) = \frac{4t}{3}$
 - \$ 3 500 000; 15 artículos
 - $C(x) = 2000x$
 - $C(x) = 750X + 5000$; \$ 11 750
 - $m = 1$ y $n = 3$
 - $L = 3,8G$; $G = \frac{5L}{19}$
 - \$ 5700
 - 5 automóviles diarios en promedio
 - $P(n) = 8\,000\,000 - 250\,000n$
 - $P(k) = \frac{350k}{11} + \frac{2000}{11}$

Resolución de problemas (páginas 76 y 77)

- 1.
- $\text{€} = \frac{\$}{678}$
 - $a = 2c$
 - 215 gr
 - $y = \frac{-x}{2} + 15$
 - $y = \frac{x}{2} + 3$
 - $G(x) = 11\,250x - 1\,500\,000$; 223 pantalones
 - $V(x) = 450\,000 \cdot 0,8x$; A los más en 3 años
 - La rapidez del sonido es mayor en los sólidos y menor en los gases.

- 2.
- 10 p.m.
 - $D(t) = 3t + 612$
 - $E(t) = 30t + 350$
 - $y = 1000x$
 - Dejar 2 litros al llenar la jarra de 5 litros y vaciar el contenido en la de 3 litros.
 - 8 m

¿Qué aprendí? (páginas 78 y 79)

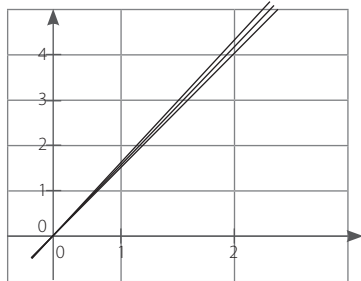
- 1.
- $\frac{g-15}{2} = \frac{g}{5}$
 - $2xy : (z-9)$
- 2.
- $2p + 22q$
 - $25pq - 2p^2 - 12q^2$
- 3.
- $7x^2 + 21x + 28$
 - $4x^2 + 24x + 36$
 - $5x^2 + 17x + 6$
- 4.
- $(w+5)^2$
 - $4pq(6p+4q-3)$
 - $6t^4b^4c^4(5tb^4c^3 - 10t^3c^2 - 8t^5b - 3b^2c^3)$
- 5.
- 43
 - 213,3 km
 - 109, 110 y 111
- 6.
- $x = 2$
 - $x = 2,1$
 - $x = -1,1$
- 7.
- $x < 7$
 - $x > 9$
 - $x < 13,5$
- 8.
- 
 - 
 - 
 - 
- 9.
- $292,5 + x \leq 300$
 - $0 < x \leq 15$
 - 350 calorías máximo

10.

a.

Corvina	A	B	C
0,750	2288	2249	2340
0,1	305	300	312
3,5	10675	10497	10920

b.



11.

a. \$ 3620

b. $P(n) = 22n + 320$

12. A

13. D

UNIDAD 3

Sección 7

Lección 29 (página 80)

1.

- 50 cubos aproximadamente
- El volumen de cada pesa es 345 cm^3 aproximadamente; Daniel hace ejercicio con 0,690 kg.

2.

- 1440 cm^3 aproximadamente
- La unidad no corresponde a la de volumen.
- 3375 cm^3 aproximadamente

Lección 30 (páginas 81 y 82)

1.

- triángulo
- pentágono
- pentágono

2.

a. Volumen = 1280 mm^3

3.

- $500\pi \text{ cm}^3 = 1570,8 \text{ cm}^3$
- $512\pi \text{ cm}^3 = 1608,5 \text{ cm}^3$
- $432\pi \text{ cm}^3 = 1357,2 \text{ cm}^3$
- $225\pi \text{ cm}^3 = 706,9 \text{ cm}^3$
- $128\pi \text{ cm}^3 = 402,1 \text{ cm}^3$
- $90\pi \text{ cm}^3 = 282,7 \text{ cm}^3$

4.

a. $x = 3 \text{ mm}$

5.

a. $x = 5 \text{ cm}$

6.

- $7,8 \text{ mm}^3$
- $48,3 \text{ cm}^3$
- 4 cm, 8 cm y 12 cm.
- La suma de las alturas de los dos primeros es igual a la altura del tercero.
- 1200 m^2
- 19136 cm^3
- radio = 4 cm; altura = 8 cm
- $168\pi \text{ cm}^3 = 567,8 \text{ cm}^3$
- 15300 litros
- el radio debe aumentar en 1,41 aproximadamente
- 12 veces
- disminuye a la cuarta parte
- $772\pi \text{ mm}^3 = 2425,3 \text{ mm}^3$
- $192\pi \text{ cm}^3 = 603,2 \text{ cm}^3$
- $140,3 \text{ cm}^3$
- $7863,2 \text{ cm}^3$

Desafío.

6 cm, 7 cm y 8 cm

Lección 31 (página 83)

1.

- 2 rectángulos (bases); 4 rectángulos (caras laterales)
- 2 triángulos (bases); 3 rectángulos (caras laterales)
- 2 pentágonos (bases); 5 rectángulos (caras laterales)
- 2 círculos (bases); 1 rectángulo (cara lateral)

2.

- 14 cuadrados
- 10 cuadrados
- 49 cuadrados
- 18,5 cuadrados

3.

- 184 cm^2
- 96 cm^2
- 136 cm^2
- 192 cm^2

Lección 32 (páginas 84 y 85)

1.

- $47,1 \text{ cm}^2$
- $85,8 \text{ cm}^2$
- 160 cm^2
- $116,8 \text{ cm}^2$

- 2.
- a. 120 cm^2 c. $40,4 \text{ cm}^2$
 b. 270 cm^2 d. $818,4 \text{ cm}^2$
- 3.
- a. $78\pi \text{ cm}^2 = 245 \text{ cm}^2$
 b. $320\pi \text{ cm}^2 = 1005,3 \text{ cm}^2$
 c. $230\pi \text{ cm}^2 = 722,6 \text{ cm}^2$
 d. $11,7\pi \text{ cm}^2 = 36,8 \text{ cm}^2$
- 4.
- a. $187,8 \text{ cm}^2$
 b. 5 cm
 c. $2 \text{ cm}, 4 \text{ cm y } 6 \text{ cm}$
 d. Se duplica
 e. se reduce a la cuarta parte
 f. deben ser iguales
 g. $\pi \text{ cm}^2 = 3,1 \text{ cm}^2$
 h. Con la propuesta de Matilde
 i. 4700 cm^2
 j. $4,578 \text{ litros}$
 k. 15300 litros
 l. $3,4 \text{ m}^2$
 m. entre $6 \text{ cm y } 7 \text{ cm}$
 n. 1032 cm^2
 ñ. $134,8 \text{ m}^2$
 o. 132480 cm^2

Desafío.

1 : 4 : 9

Lección 33 (páginas 86 y 87)

- 1.
- a. 72 cm^3
 b. $3,63 \text{ cm de ancho}, 7,26 \text{ cm de alto y } 43,6 \text{ cm de largo}$
 c. $1800000 \text{ cm}^3 = 1,8 \text{ m}^3$
 d. 185 cm^3
 e. 228 cm^2
 f. $115,2 \text{ litros}$
 g. $48\pi \text{ m}^3 \approx 150,8 \text{ m}^3 \approx 150800 \text{ litros}$
 h. $507,2 \text{ cm}^3$

Desafío.

Disminuye un 22%

- 2.
- a. 850 cm^2
 b. $180\pi \text{ cm}^3 = 565,5 \text{ cm}^3$
 c. $8,5 \text{ cm aproximadamente}$
 d. con las raíces $4869,5 \text{ cm}^3$

- e. $4,5 \text{ m}^3$ aproximadamente
 f. $502,7 \text{ cm}^3$ de extracto y $201,1 \text{ cm}^3$ de pétalos aproximadamente
 g. 353 cubos
 h. $38,7 \text{ cm de largo}; \$ 5089$ cada tarro
 i. $11,82$ metros de altura
 j. $96\pi \text{ cm}^3 = 301,6 \text{ cm}^3$ de agua
 k. $V = 2\pi x^3$
 l. $A = 10\pi y^2$
 m. el diámetro basal
 n. Se reduce a la cuarta parte

Desafío.

5 : 1

¿Cómo voy? (páginas 88 y 89)

- 1.
- a. 100 cm^2 c. 6 cm
 b. 840 m^3 d. $8,832 \text{ cm}^3$
- 2.
- a. 600 cm^3 c. 480 cm^3
 b. 1764 cm^3 d. $47,25 \text{ cm}^3$
- 3.
- a. $1280\pi \text{ cm}^3$
 b. $0,00128\pi \text{ m}^3$
 c. $1280000\pi \text{ mm}^3$
- 4.
- a. $110\pi \text{ cm}^2 = 345,6 \text{ cm}^2$
 b. $277,2\pi \text{ cm}^2 = 870,8 \text{ cm}^2$
 c. $46,4\pi \text{ cm}^2 = 145,8 \text{ cm}^2$
 d. $208,8\pi \text{ cm}^2 = 655,9 \text{ cm}^2$
- 5.
- a. $52,3 \text{ cm}^2$ b. $46,38 \text{ u}^2$
- 6.
- a. $6,53 \text{ cm}$
 b. aumenta 4 veces

Desafíos de integración

- 1.
- a. $\$ 79644$
 b. $2362500 \text{ cm}^3 = 2,3625 \text{ m}^3$
 c. $49,087$ kilogramos
 d. $(a + 2)^3 : a^3$
 e. $112,25 \text{ cm}^3$
 f. $96000\pi \text{ cm}^3 = 301592,9 \text{ cm}^3$
 g. $817,625\pi \text{ cm}^3 = 2568,6 \text{ cm}^3$

- h. 216 cm^3
- i. El volumen aumenta 8 veces
- j. 64 cajas
- k. 24 cm^3

Resolución de problemas (páginas 90 y 91)

1.
 - a. $704\pi \text{ cm}^3 = 2211,7 \text{ cm}^3 = 2,211 \text{ litros}$
 - b. 54 cm^2
 - c. la propuesta de Claudia
 - d. deben ser iguales
 - e. 270 cm^3
 - f. 1080 cm^2
 - g. aumentar al doble
2.
 - a. 10 cm y 12 cm
 - b. $(x^3 + 3x^2 + 2x) \text{ m}^3$
 - c. 15 m
 - d. 98 cm^2
 - e. 96 paquetes
 - f. 5,75 m
 - g. 45 cubetas
 - h. $461,8 \text{ cm}^3$
 - i. 300 bombones

Sección 8

Lección 34 (páginas 92 y 93)

1.
 - a. $6\sqrt{2} = 8,5$
 - b. $\sqrt{209} = 14,5$
 - c. 12
 - d. 12
 - e. $\sqrt{68} = 8,2$
2.
 - a. rectángulo
 - b. rectángulo
 - c. rectángulo
 - d. acutángulo
 - e. rectángulo
3.
 - a. 6 cm b. 10 cm c. 14 cm d. 4 cm
4.
 - a. $\sqrt{2}$ c. $\sqrt{4}$ e. $\sqrt{6}$
 - b. $\sqrt{3}$ d. $\sqrt{5}$

5.
 - a. $x^2 - 4x - 12 = 0$
 - b. $x^2 - 4x - 5 = 0$
6.

a. V	d. F	g. F
b. F	e. V	h. F
c. V	f. V	i. F
7.
 - a. $8\sqrt{2} \text{ cm}$
 - b. 3,25 m
 - c. 2222 m
 - d. 40 m
 - e. Perímetro = 24 cm
Área = 24 cm^2
 - f. $6\sqrt{5} = 13,4 \text{ cuerdas}$

Desafío.

$$(5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 = 100$$

$$10^2 = 100$$

Lección 35 (páginas 94 y 95)

1.
 - a. \$ 220 000
 - b. 80 m
 - c. Si, porque cumple con el recíproco del teorema de Pitágoras.
 - d. 180 cm^2
 - e. 2,34 m
 - f. $12\sqrt{3} = 20,8 \text{ cm}^2$
 - g. 82,9 m
 - h. 30,8 km
 - i. 12,93 m
 - j. 50 km
 - k. $\sqrt{61} = 7,81 \text{ m}$
 - l. $x = \sqrt{3}$
 - m. $15,81 \text{ m}^2$
 - n. $288\pi \text{ cm}^3 = 904,7 \text{ cm}^3$
 - ñ. tiene similitud con un trapecio
 - o. $\sqrt{13} = 3,6 \text{ cm}$
 - p. 2,68 m
 - q. 21 unidades cuadradas
 - r. 7,32 m
 - s. $\sqrt{272} = 16,5 \text{ cm}$

Desafío.

$$196,7 \text{ cm}^2$$

¿Cómo voy? (páginas 96 y 97)

1.
 - a. 13
 - b. 3
 - c. 12
 - d. $\sqrt{10}$
2.
 - a. obtusángulo
 - b. rectángulo
 - c. rectángulo
 - d. rectángulo
3. 8
4. 6
5.
 - a. 40 pulgadas
 - b. 1,32 cm
 - c. $3,04 \text{ cm}^2$

Desafíos de integración

1.
 - a. 40 cm^2
 - b. 14 cm
 - c. 16 cm
 - d. 1,53 m
 - e. 10 m
 - f. mínimo 15,84 cm
 - g. 30 cm y 40 cm
 - h. $\sqrt{7} = 2,65 \text{ cm}$
 - i. $32\sqrt{2} = 45,3 \text{ cm}$
 - j. Sí, porque $13^2 + 14^2 > 15^2$
 - k. 120 cm^2
 - l. 4 m
 - m. 26 m
 - n. $6\sqrt{5} = 13,41 \text{ m}$
 - ñ. no, es obtusángulo

Resolución de problemas (páginas 98 y 99)

1.
 - a. $914,1 \text{ cm}^3$
 - b. 43 años
 - c. $16\sqrt{3} = 27,7 \text{ cm}^2$
 - d. 10 años
 - e. $36\pi \text{ cm}^3 = 113,1 \text{ cm}^3$
 - f. $4\sqrt{2} \text{ m}$
 - g. 336 cm^3
 - h. -98
 - i. 9 cm
 - j. 32

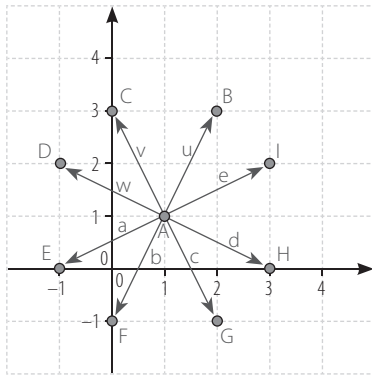
2.
 - a. $11\sqrt{2} = 15,55 \text{ cm}$
 - b. 7
 - c. $12,5 \text{ cm}^2$
 - d. $13 + \sqrt{89} = 22,4 \text{ cm}$
 - e. $100\pi \text{ cm}^3 = 314,1 \text{ cm}^3$
 - f. $137,1 \text{ cm}^2$
 - g. 19,9 m
 - h. 9,74 m

Sección 9

Lección 36 (páginas 100 y 101)

1.
 - a. (-10, 5)
 - b. igual
 - c. igual
 - d. (5, 5)
2.
 - a. (-3, 5)
 - b. (-7, 28)
 - c. (11, -9)
 - d. (0, 8)
3.
 - a. V
 - b. F
 - c. V
 - d. F
 - e. V
 - f. V
 - g. V
 - h. F
 - i. F
 - j. V
1. A(-3, -5); B(1, -3) y C(-1, 4)
2.
 - a. $21,48 = 21,48 \text{ u}$
 - b. $26,5 = 26,5 \text{ u}^2$
 - c. $63,43^\circ = 63,43^\circ$
 - d. la figura resultante de una traslación es congruente con la original
3. A'(-4, -5); B'(2, -5) y C'(-1, -2)
4. (3, 11)
5. A = 24 cm^2 ; P = 20 cm
6. E'(10, 21); F'(12, 11)
7. (1, 2)

8.



H(3, 0) y d(2, -1)

I(3, 2) y e(2, 1)

B(2, 3) y u(1, 2)

C(0, 3) y v(-1, 2)

D(-1, 2) y w(-2, 1)

E(-1, 0) y a(-2, -1)

F(0, -1) y b(-1, -2)

G(2, -1) y c(1, -2)

9. $y = 3x + 5$

10. con vector traslación $v(-2, -5)$

11. $x = 4$

$y = -7$

12. (4, 6)

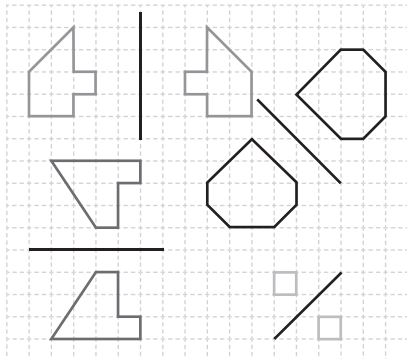
Desafío.

$p = -16$

$q = -7$

Lección 37 (páginas 102 y 103)

1.



2.

a. F

b. V

c. V

d. V

e. V

3.

a. Eje Y

b. Eje X

c. Eje X

d. $y = -x$

e. $y = x$

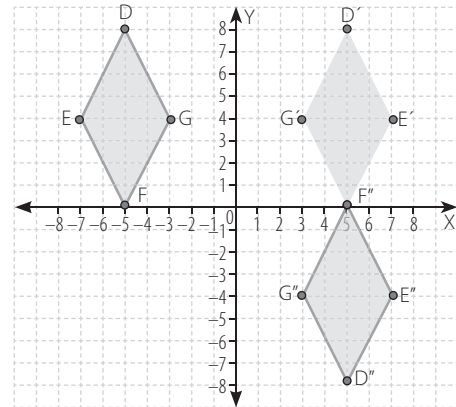
4.

a. $A'(-2, 3)$; $B'(2, 1)$; $C'(0, -6)$

b. $A'(0, 0)$; $B'(2, 0)$; $C'(2, -2)$; $D'(0, -2)$

c. $A'(4, -10)$; $B'(-2, -10)$; $C'(-2, 5)$; $D'(3, 0)$

5.



6. $A'(-1, 2)$; $B'(-7, 2)$; $C'(-4, 5)$

7.

a. eje Y

b. $E'(-7, 10)$; $F'(-9, 0)$

8.

a. queda en la misma posición

b. $24u^2$

c. $20u$

9.

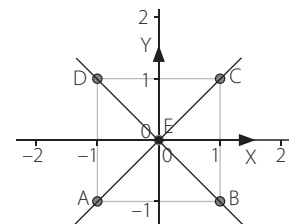
a. DCB

b. A

c. 6

10.

a.



b. $y = 0$

$x = 0$

$y = x$

$y = -x$

11. Triángulo isósceles
 12. Circunferencia
 13. No tiene.
 14.
 a. 120°
 b. $2,2 \text{ cm}^2$
 c. $P = 3 + \sqrt{3} = 4,73 \text{ cm}$

15. (3, -9)

Desafío.

(5, 2)

(y, x)

Lección 38 (páginas 104 y 105)

1.
 a. Antihorario; Y; 180°
 b. igual
 c. igual
 d. 90°
 e. reflexiones
2.
 a. 180°
 b. 270°
 c. 360°
 d. 180°
 e. 270°
 f. 90°
3.
 a. $A'(3, -2); B'(1, 2); C'(-6, 0)$
 b. $A'(0, 0); B'(-2, 0); C'(-2, -2); D'(0, -2)$
 c. $A'(-10, 4); B'(-10, -2); C'(5, -2); D'(0, 3)$
4.
 a. V
 b. F
 c. V
 d. F
 e. V
5.
 a. 90°
 b. $E(-10, 7); F(0, 9)$
6. $A'(2, -1); B'(2, -7); C'(5, -4)$
7. Centro en A y ángulo de 180°
8. por el sentido de rotación, horario o antihorario (90° o -90°)
9.
 a. punto B
 b. punto A
 c. punto A

10. rotaciones de 60° con centro en uno de sus vértices
 11. rotaciones de 72° con centro en O.
 12. Rotación de punto B con centro en A y ángulo de 60°
 13. Una rotación con centro en A y rotación $90^\circ < \text{ángulo} < 180^\circ$
 14. 90°

Lección 39 (páginas 106 a 108)

2.
 a. $A''(5, 4); B''(5, 6); C''(3, 6)$
3.
 a. 120° ; Probar con ángulos mayores a 90° y menores a 180° ; Medir ángulo BAB' al trasladar segmento $A'B'$ al vértice A
 b. -240°
4. a.
- | | | |
|------------|-------------|--------------|
| $A'(3, 2)$ | $A''(5, 2)$ | $A'''(7, 2)$ |
| $B'(2, 5)$ | $B''(6, 5)$ | $B'''(6, 5)$ |
| $C'(2, 2)$ | $C''(6, 2)$ | $C'''(6, 2)$ |
- b. En $x = 4$, ya que los puntos reflejados quedan a igual distancia
5.
 a. $P(4, 2)$
6.
 a. $A'(8,06, 1,24); B'(6,71, 0,82); C'(5,88, 3,53); D'(6,76, 3,06)$
7.
 a. $(-1,5, -3,54)$
 b. $C'(0,81, 0,41)$
 c. con las herramientas de polígono regular, traslación y segmento
8.
 a. $153,43^\circ$
 b. $198,43^\circ$
9. a.
- | | | | | | | | | |
|---|---|----|---|----|---|----|----|----|
| | A | A' | B | B' | C | C' | D | D' |
| x | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 0 | -2 | -0 |
| y | 1 | 2 | 3 | 2 | 0 | 1 | -1 | -2 |
- b. $R_x = y(x, y) = (y, x)$
10. a.
- | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|---|----|----|----|
| | A | A' | B | B' | C | C' | D | D' |
| x | 1 | 2 | -1 | -2 | 1 | 0 | -2 | 1 |
| y | -2 | -1 | 2 | 1 | 0 | -1 | -1 | 2 |
- b. $R_y = -x(x, y) = (-y, -x)$
11. a. $A'(4, 1); B'(5, 3); C'(4, 3); D'(2, 1)$
12. a. $A'(-1, 4); B'(-2, 3); C'(-3, 4); D'(-2, 6)$

Desafío.

- a. $A'(1, 1); B'(2, 3); C'(3, 1); D'(2, 0)$

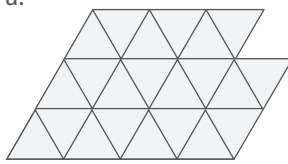
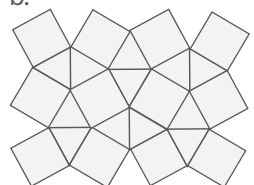
Lección 40 (páginas 109 a 111)

1.
 - a. F b. V c. F d. V
2.
 - a. $(8, -1)$ c. misma
 - b. 285° d. $(5, -3)$
3. rotaciones en 180°
4.
 - a. $v(2, 1); w(2, -1)$
 - b. $(4, 0)$
 - c. $(-4, 0)$
 - d. si
5.
 - a. primero una reflexión del ABC respecto de la recta H, a la imagen resultante $A'B'C'$ se le hace una reflexión con respecto a la recta J
 - b. una traslación con vector $(4, 0)$
6.
 - a. una reflexión sobre $y = x + 2$, luego una reflexión sobre $x = -0,5$
 - b. no, realizando más transformaciones es posible establecer el polígono
 - c. Rotación y luego traslación.
7.
 - a. 2 rotaciones
 - b. rotación del segmento AB con centro en A y un ángulo de 60°
 - c. rotación del segmento AB con centro en B y un ángulo de -60°
8. 8.
 - a. $(-3, 1)$
 - b. $(3, -1)$
 - c. no
 - d. no, la suma de vectores es conmutativa
9.
 - a. Combinación de reflexiones respecto de $x = 4$ e $y = 2$
 - b. Combinación de rotación de triángulo ABC con centro B y ángulo 180° y reflexión respecto de $x = 4$
10.
 - a. punto H
 - b. punto E
 - c. punto F
 - d. reflexión sobre a y luego sobre c

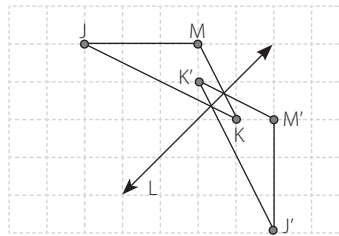
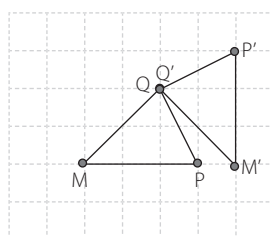
11.
 - a. rotación en 180° o -180°
 - b. siempre y cuando sea el mismo centro
12.
 - a. Reflexión sobre el eje Y luego una reflexión sobre $y = 1$
13.
 - a. punto F
 - b. punto B
 - c. $R_{p,45^\circ}$ y luego $R_{p,45^\circ}$ del punto F

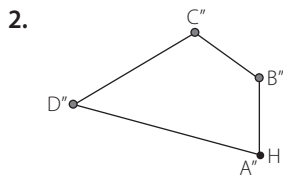
Lección 41 (páginas 112 y 113)

1.

a. V	e. F	i. F
b. F	f. V	j. V
c. V	g. F	k. F
d. F	h. F	
2.
 - a. Sí, b. No, c. No, d. No
3. a. Semiregular, b. Regular, c. Semiregular, d. Regular, e. Semiregular
4.
 - a. Traslaciones
 - b. Reflexiones
5.
 - a. 
 - b. 

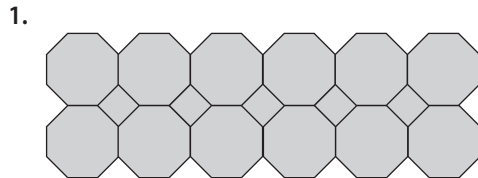
¿Cómo voy? (páginas 114 y 115)

1.
 - a. 
 - b. 

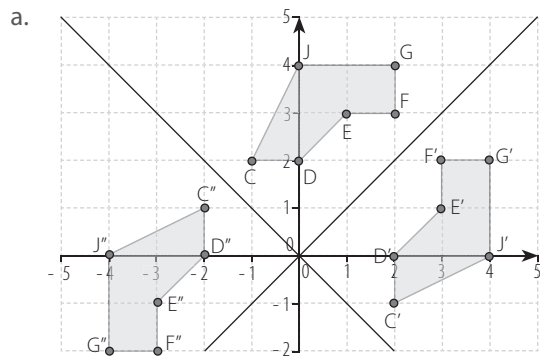


- 3.
- sí, ya que un hexágono regular está formado por 6 triángulos equiláteros
 - traslaciones y reflexiones

Desafíos de integración



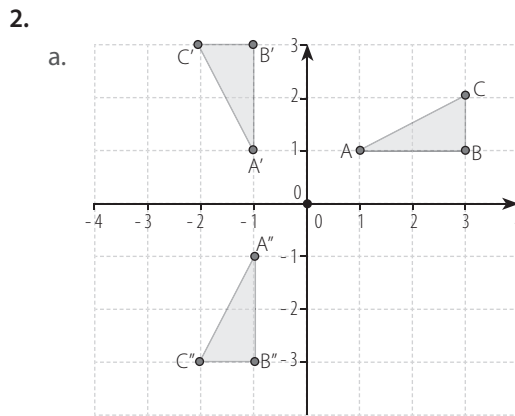
- 2.
- reflexiones respecto de sus lados
 - reflexiones respecto la hipotenusa y de sus catetos
- 3.
- Una reflexión sobre el eje Y, luego una rotación con centro en el origen y ángulo -90°
- 4.
- triángulo equilátero
 - triángulo isósceles 1 eje de simetría
 - triángulo escaleno
5. 45°
- 6.



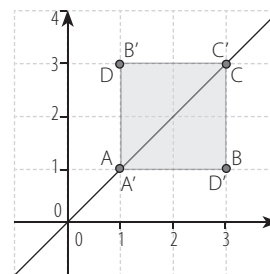
- b. $C' = (x, y) \rightarrow C'' = (-x, -y)$, una relación de rotación respecto del origen con un ángulo de 180°

Resolución de problemas (páginas 116 y 117)

- 1.
- $A(-5, 4); B(-3, 5); C(-3, 4)$
 - $A(1, 3); B(2, 1); C(1, 1)$
 - $A(-3, -1); B(-1, -2); C(-1, -1)$
 - $A(3, -1); B(1, -2); C(1, -1)$



- b. $A'(-1, 1) B'(-3, 3) C'(-2, 3)$;
 c. $A(1, 1); B(3, 1); C(3, 2)$
3. $A'(1, 1); B'(1, 3); C'(3, 3); D'(3, 1)$



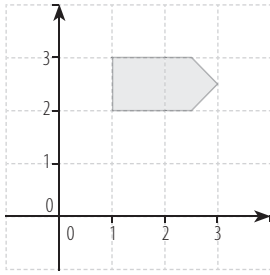
- 2.
- $A'(-3, 1) B'(-3, -1) C'(0, -1)$
 - Dos traslaciones o dos rotaciones.
 - $C(2, -1); D(4, -1); E(4, -2)$

¿Qué aprendí? (páginas 118 y 119)

Parte I

- 104 cm^2
- $0,03 \text{ cm}^3$
- $24\pi \approx 75,4 \text{ m}^2$
- $B(5, 3)$
 - $C(2,8)$
 - D
 - 0
 - $(1, 4)$
 - $(0, 2)$
- 15 cm
- $10\sqrt{2} \approx 14,1 \text{ cm}$
- $2,5\sqrt{119} \approx 27,3 \text{ cm}^2$
- 48 cm
- 12 cm

10.



Parte II

1. $500\pi \approx 1571 \text{ cm}^3$

2.

Sí, porque:

$$AF = \sqrt{20}; EF = \sqrt{5}; AE = 5$$

$$AF^2 + EF^2 = AE^2$$

3.

- a. Cuadrilátero.
- b. Reflexiones y rotaciones.

Parte III

- 1. D
- 2. A
- 3. B
- 4. D
- 5. A
- 6. B

UNIDAD 4

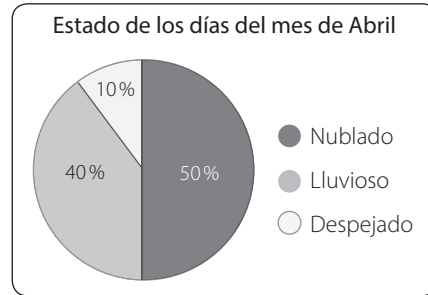
Sección 10

Lección 42 (páginas 120 y 121)

- 1.
 - a. Tipo de empanada vendida entre pino (120, 130), queso (78, 90), napolitana (150, 125) y vegetariana (100, 110)
 - b. Tipo de empanada
 - c. Cantidad de empanadas
 - d. Cantidad de empanadas vendidas por local "la Lupe"
 - e. Cantidad de empanadas vendidas por local "la Pepa"
 - f. Empanada de queso
 - g. Local "la Pepa"
 - h. Local "la Lupe"
 - i. Local "la Pepa"
- 2.

a. F	d. F
b. V	e. F
c. V	f. F

3.



- a. 50%
 - b. 1 día
 - c. 10%
- 4.
- a. La preferencia de sabor de helado de un grupo de personas
 - b. La preferencia de sabor de helado de lúcumas
 - c. 10%
 - d. Vainilla
 - e. Frutilla
 - f. 54 personas
 - g. 45 personas
 - h. 50 personas
- 5.
- a. 80 boldos
 - b. 58 pinos
 - c. 307 árboles
 - d. Bellotos
- 6.
- a. Ahorro: \$ 166 000
Educación: \$ 83 000
Salud: \$ 124 000
Diversión: \$ 41 500
 - b. Ahorro: \$ 190 000
Vestuario: \$ 95 000
Servicios: \$ 380 000
Salud: \$ 142 500

Lección 43 (páginas 122 y 123)

- 1.

Paso 1

 - a. n° de veces que obtuvieron una posición determinada los atletas en las competencias de un año
 - b. 4 categorías

Paso 2

- a. iguales
- b. enteros mayores de 0.

Paso 3

- 1: Nadia tiene dos primeros lugares más que Valeria
- 2: Valeria tiene tres segundos lugares más que Nadia
- 3: Nadia y Valeria tiene igual cantidad de terceros lugares

2.

Paso 1

- a. Estatura en cm de jugadores de vóleybol y básquetbol
- b. Cantidad de jugadores que miden una determinada estatura
- c. 5 categorías

Paso 2

- d. iguales
- e. enteros mayores de 0.

Paso 3

- 1: Hay más jugadores de basquetbol de 161 cm que de voleibol de 161 cm
- 2: Hay más jugadores de voleibol de 162 cm que de basquetbol de 162 cm
- 3: Hay igual cantidad de jugadores de 159 cm en ambas disciplinas

3.

- a. Grupo A
- b. Grupo AB
- c. Porcentaje de la población chilena
- d. Tipo de sangre
- e. El Rh y el tipo de sangre
- f. Los grupos A y O son los más comunes en la población chilena y el grupo AB el más escaso
- g. El Rh+ está presente en mayor cantidad en todos los tipos de sangre que el Rh-

4.

- a. A las tres amigas
- b. la frecuencia en que utilizan distintas tarifas de una autopista
- c. Andrea
- d. María
- e. Andrea utiliza con menor frecuencia la TBFP que la TBP
Paula utiliza con igual frecuencia la TBP que la TBFP
María utiliza con menor frecuencia la TBP que la TBFP

5.

- a. Camila
- b. Belén
- c. Lunes, miércoles, viernes y domingo
- d. Martes y jueves

Lección 44 (páginas 124 y 125)

1.

- a. De barras y de puntos
- b. Variable cuantitativa y gráfico de barras
- c. Gráfico de barras
- d. No

2.

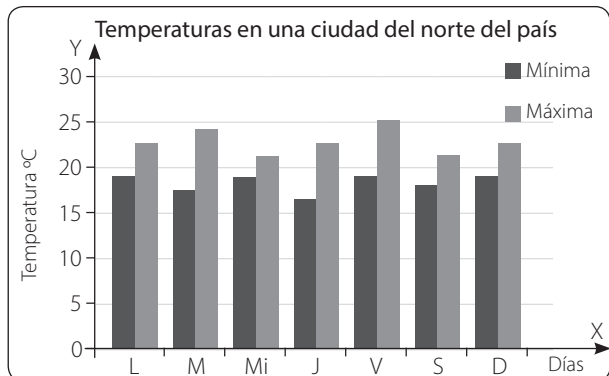
- a. La variable es del tipo cualitativa, ya que registra el estado meteorológico de los días de abril
- b. Gráfico circular, gráfico de barra, gráfico de puntos discreto y pictograma
- c. Gráfico circular o pictograma

3.

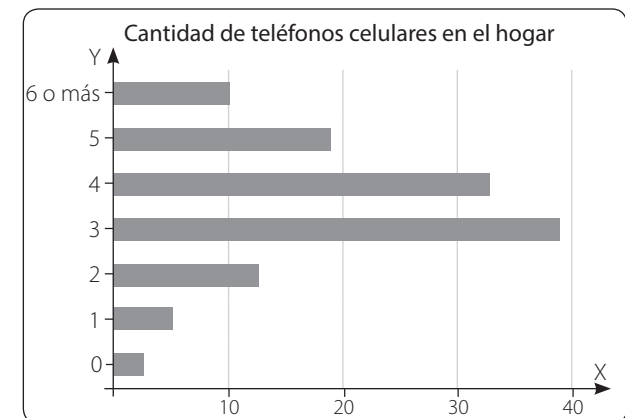
- a. La variable es del tipo cuantitativa, ya que registra la mesada que reciben niños de 8° básico
- b. Gráfico de barras
- c. Gráfico de barras

4.

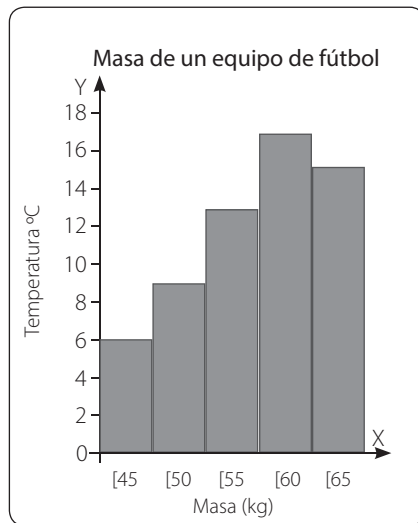
a.



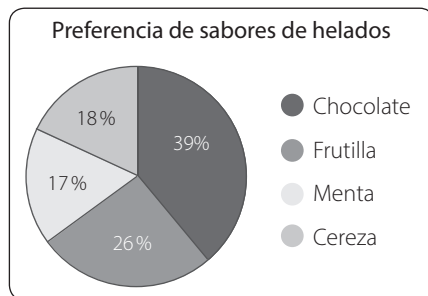
b.



c.



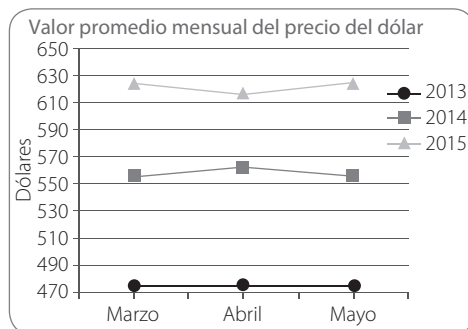
d.



5.

- De líneas porque se pueden representar cada variable por separado.
- De barra, porque se pueden representar cada categoría.

6.



- En el año 2015
- El precio del dólar en el tiempo tiene una tendencia al alza
- Aumenta al pasar el tiempo.

¿Cómo voy? (páginas 126 y 127)

1.

N° de alumnos con promedios insuficientes	8.º A	8.º B
0	16	3
1	9	18
2	4	3
3	1	6

2.

- curso 8º A
- 30 estudiantes
- 9 estudiantes

3.

- Para el 8.º B en el gráfico circular se desconoce el número de alumnos. Para el 8.º A la escala de un gráfico de barras puede dificultar la lectura de datos
- Para el 8.º B en el gráfico circular nos entrega información respecto del total del curso. Para el 8.º A un gráfico de barra puede identificar y comparar los valores más destacados
- Respecto de los títulos, quien presenta mejor la información es el gráfico de barras

Desafíos de integración

1.

- 70 recorridos
- 50 recorridos
- 42,9%
- 35,7%

2.

- valor mensual de la cuenta de agua
- En febrero, por un aumento en el consumo en época de verano
- En enero- febrero y abril-mayo hubo un aumento de \$ 500
- Marzo
- \$ 3200

- 3.
- Sábado
 - Jueves
 - 11 grados
 - En general en la segunda semana la temperatura aumentó en al menos 3 grados respecto de la semana anterior.
- 4.
- 25,8%
 - 258 cuadernos; 205 lápices; 172 calculadoras; 145 otros; 112 agendas; 108 bolígrafos.

Resolución de problemas (páginas 128 y 129)

- 1.
- nivel de estudios de hombres y mujeres de la ciudad de Antofagasta
 - datos cualitativos
 - no, si se cuentan los posgrados las mujeres son 91 y los hombres 90
 - no, el porcentaje de hombres corresponde a 8% mientras que las mujeres es 6,1%
 - en el grupo de las mujeres, hay una diferencia de 69 mujeres mientras que los hombres son 60
 - 185 hombres y 197 mujeres
 - Los datos de nivel de estudios, la variable sexo. Los datos del nombre de la universidad, que se haya hecho en Antofagasta.
- 2.
- 400 pasajes
 - sábado
 - miércoles
 - 800 pasajes
 - martes y jueves
 - 600 pasajes
 - 6800 pasajes

Parte 2

- 1.
- 5000 libros
 - Abril, Junio
 - Febrero
 - Abril
- 2.
- Javier
 - Ignacio
 - Marcelo y Javier
 - Ignacio y Pedro
 - Ignacio

Sección 11

Lección 45 (páginas 130 y 131)

- 1.
- Divide los datos ordenados en 100 partes iguales y representa el 10%
 - Divide los datos ordenados en 100 partes iguales y representa el 25%
 - Divide los datos ordenados en 100 partes iguales y representa el 80%
 - Divide los datos ordenados en 100 partes iguales y representa el 55%
- 2.
- V
 - F
 - F
 - F
 - F
 - V
- 3.
- $P_{10} = 19; P_{30} = 28; P_{60} = 35; P_{80} = 42$
 - $P_{10} = 98; P_{30} = 105; P_{60} = 113; P_{80} = 120$
 - $P_{10} = 2; P_{20} = 3; P_{30} = 3; P_{50} = 4; P_{60} = 5; P_{80} = 8$
 - Significa que el 60% de los árboles mide 5,1 m o menos, o el 40% de los árboles mide 5,1 m o más.
- 4.
- El 79% de los estudiantes tiene a lo más 3 caries
 - El 25% de los estudiantes tiene 0 caries
 - A lo menos 4 caries
 - 21%
 - 79%
- 5.
- 7
 - 10
 - Mediana
 - 12 puntos
 - P_{23}
- 6.
- El 30% recibe un monto de a los más \$ 3219
 - El 50% recibe un monto de a los más \$ 3589
 - 13 jóvenes
- 7.
- 12; el 60% de los niños caminan a los 12 meses o antes.
 - 14 niños
 - No, fue el 40%.
 - 9
 - 8%

Desafío.

Aproximadamente 13 niños.

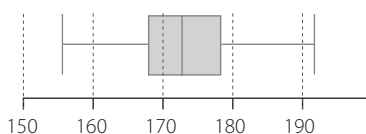
Lección 46 (páginas 132 y 133)

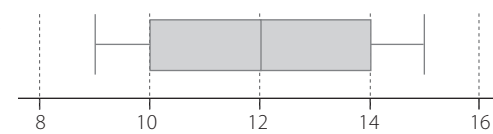
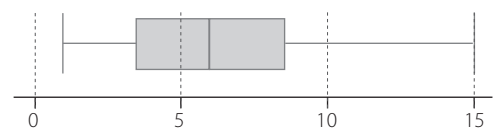
- divide los datos en 100 partes iguales
 - dividen la variable en estudio en 4 partes iguales
 - dividen la variable en estudio en 5 partes iguales
 - dividen la variable en estudio en 10 partes iguales
- =
 - ≠
 - =
 - =
 - ≠
 - ≠
 - ≠
 - ≠
 - ≠
 - =
 - =
 - =
- sobre
 - debajo
 - debajo
 - sobre
- $C_1 = 3,6$ min; $C_2 = 6,6$ min;
 $C_3 = 9,1$ min; $C_4 = 15$ min
 - El 80% de los clientes espero a lo sumo 13,5 min
 - 10 minutos
 - no, en general más de la media de los clientes debe esperar a lo sumo 10 min
- $Q_1 = 46$ cm; $Q_2 = 48$ cm; $Q_3 = 52$ cm
 - $Q_1 = 23$ cm; $Q_2 = 33$ cm; $Q_3 = 39$ cm
- 2 días
- dibujos animados y teleseries
- 6 estudiantes
 - 24 estudiantes
- determinar Q_3
 - 125 puntos
 - 10 estudiantes
 - 7 estudiantes
- El 25% de los estudiantes tiene a lo sumo 15 años
 - El 50% de los estudiantes tiene a lo sumo 16 años
 - El 75% de los estudiantes tiene a lo sumo 19 años

Desafío

17 años

Lección 47 (páginas 134 y 135)

- 192 cm
 - $Q_1 = 168$ cm; $Q_2 = 172,5$ cm; $Q_3 = 178$ cm
 - 
 - 24 postulantes

- 
 - 12 troperos
- 
- Mín. = 12; Máx. = 19; $Q_1 = 14$; $Q_2 = 15$; $Q_3 = 17$
 - Mín. = 9; Máx. = 20; $Q_1 = 14$; $Q_2 = 15$; $Q_3 = 17$
 - Mín. = 2; Máx. = 8; $Q_1 = 3$; $Q_2 = 4$; $Q_3 = 6$
- F
 - V
 - V
 - V
 - F
 - V
 - F
 - V
- 6,7
 - 7
 - 6,6
 - 9
 - 16

Desafío.

7 personas al programa de empleo y 8 personas al hogar

Lección 48 (páginas 136 y 137)

- Conclusión 2: el 25% de los individuos tiene una estatura menor a 161 cm
 - Conclusión 3: el 75% de los individuos tiene una estatura menor a 175,5 cm
 - Conclusión 1: el 25% de las personas compró menos de 7,5 productos
 - Conclusión 2: el 50% de las personas compró menos de 11,5 productos
 - Conclusión 3: el 75% de las personas compró menos de 15 productos
- Conclusión 1: el 25% de las personas realiza menos de 8 horas al mes de actividad física
 - Conclusión 2: el 50% de las personas realiza menos de 16 horas al mes de actividad física
 - Conclusión 3: el 75% de las personas realiza menos de 40 horas al mes de actividad física
 - Conclusión 1: el 25% de las personas asiste menos de 2 veces al año al dentista
 - Conclusión 2: el 50% de las personas asiste menos de 3 veces al año al dentista
 - Conclusión 3: el 75% de las personas asiste menos de 5,5 veces al año al dentista

Lección 49 (páginas 138 y 139)

1.

- a. Los A y B comparten el mismo mínimo
El máximo de B es el doble de A
El rango de B es mayor que A

b.

	A	B
Q_1	2	3
Q_2	5	7
Q_3	6,5	10

Los cuartiles de B son mayores que los de A
El rango intercuartil de B es mayor que el de A

2.

- a. A tiene un máximo mayor que B; B tiene un mínimo menor que A; A tiene un rango mayor que B.

	A	B
Mínimo	1	0
Máximo	30	20
Rango	29	20

- b. Q_1 de A es mayor que el de B; Q_2 de B es mayor que el de A; El rango intercuartil de A es mayor que el de B.

	A	B
Q_1	3	2,5
Q_2	6	10
Q_3	15	13

3.

- a. A tiene un máximo mayor que B; A tiene un mínimo menor que B; A tiene un rango mayor que B.

	A	B
Mínimo	2	10
Máximo	30	20
Rango	28	10

- b. Q_1 de A es mayor que el de B; Q_2 de B es mayor que el de A; El rango intercuartil de A es mayor que el de B

	A	B
Q_1	13	12,5
Q_2	14,5	15
Q_3	25	18

- c. No
d. En A hubo mejores y peores notas que en B; el curso A es más heterogéneo que en B.

4.

a.

	A	B	B
Mínimo	20	10	5
Máximo	50	40	20
Rango	30	30	15

C tiene el mínimo más pequeño, A tiene el mínimo mas grande

A tiene el máximo más grande, C tiene el máximo más pequeño

A y B tienen el mismo rango

b.

	A	B	B
Q_1	28	18	8
Q_2	37	27	14
Q_3	47	37	17

C tiene el menor Q_1 , A tiene el mayor Q_1

A tiene el mayor Q_3 , C tiene el menor Q_3

A y B tienen aproximadamente el mismo rango intercuartil

c.

Comparación entre las sucursales		
A	B	C
Es el más lento.	Es el más heterogéneo.	Es el más rápido.

d.

Diferencias entre las sucursales		
A	B	C
Los clientes se demoran entre 20 y 50 m.	Al 50% se demora entre 20 y 35 m.	Se atiende en menos de 20 m

- e. 37 min
f. 40 min
g. 5 min

5.

- a. 15 años
b. En general para el 40% existe un aumento de 15 cm en la estatura ente los 10 y 15 años
Es posible notar el aumento de la estatura de los niños ya que el 90% pasa de medir a los más 145 cm a medir a lo más 175 cm.
En promedio hay un aumento de 17 cm en la estatura entre los 10 y 15 años.

- c. En general para el 25% existe un aumento de 20 cm en la estatura ente los 15 y 20 años.
Es posible notar la disminución en el aumento de la estatura ya que en general el 75% aumenta 10 cm.
- d. En promedio hay un aumento de 15 cm en la estatura entre los 15 y 20 años.
El periodo en que más aumenta la estatura en los niños es entre los 10 y 15 años, luego la variación de la estatura disminuye entre los 15 y 20 años.

6.

- a. sucursal A
b. Sucursal A: 4 artículos
Sucursal B: 3 artículos
Sucursal C: 2,5 artículos

¿Cómo voy? (páginas 140 y 141)

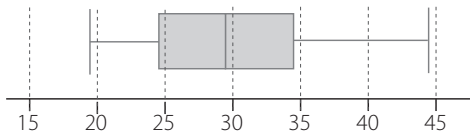
1.

- a. [27, 32[d. [17, 22[g. [22, 27[
b. [27, 32[e. [32, 37[h. [22, 27[
c. [37, 42[f. [27, 32[i. [32, 37[

2.

- Mínimo: 17 años
Máximo: 47 años

3.



- a. la mediana de las mujeres compra su primer vehículo entre los 27 a 32 años
b. el 25% de las mujeres compra su primer vehículo entre los 22 a 37 años

4.

- a. todos los grupos tienen el mismo rango intercuartil
b. A y C comparten el mismo mínimo, A tiene el máximo más grande y el mayor rango
c. B tiene el menor rango

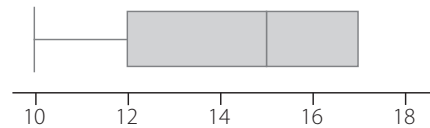
Desafíos de integración

1.

- a. 15 viajes
b. 17 viajes, son la cantidad de viajes que más se repite
c. 15 viajes, corresponde 50% de la cantidad de viajes diarios
d. 10 viajes, corresponde al menor valor que toma la variable de la muestra

- e. 17 viajes, corresponde al mayor valor que toma la variable de la muestra
f. $Q_1 = 12$ viajes
 $Q_2 = 15$ viajes
 $Q_3 = 17$ viajes

g.

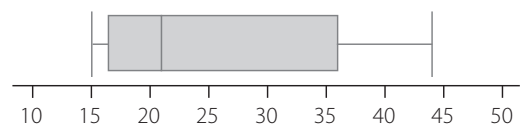


- h. El máximo coincide con el Q_3
El 25% corresponde a 12 viajes diarios
El 50% corresponde entre 12 y 17 viajes diarios

2.

- a. $Q_1 = 17$ estudiantes
 $Q_2 = 21$ estudiantes
 $Q_3 = 36$ estudiantes

b.



- c. Los valores mínimos y máximos son 15 y 44 estudiantes respectivamente, con un rango de 29
d. La mediana de los alumnos por deporte es 21 estudiantes

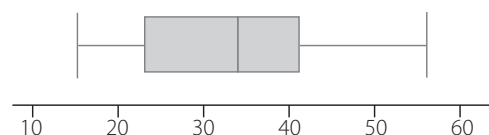
3.

a.

	f	F	fr
[15-20[6	6	0,13
[20-25[7	13	0,28
[25-30[5	18	0,4
[30-35[6	24	0,53
[35-40[9	33	0,73
[40-45[5	38	0,84
[45-50[4	42	0,93
[50-55[2	44	0,97
[55-60[1	45	1

- b. $Q_1 = 23$ mil pesos
 $Q_2 = 34$ mil pesos
 $Q_3 = 41$ mil pesos

c.



Resolución de problemas (páginas 142 y 143)

1.

$$P_{10} = 14 \text{ años} \qquad P_{60} = 20 \text{ años}$$

$$P_{30} = 16 \text{ años} \qquad P_{80} = 22 \text{ años}$$

2.

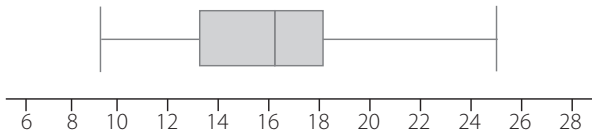
- a. $Q_1 = 2$ juguetes
- b. $Q_2 = 2$ juguetes
- c. 3 juguetes

3.

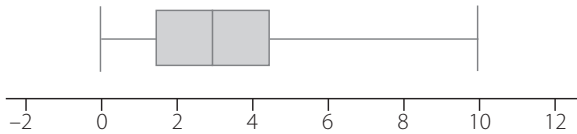
- a. 5,7
- b. 9 alumnos
- c. 5,8
- d. no se puede determinar

Parte 2.

4.



5.



3.

- El grupo A tiene un mayor rango
- El grupo A tiene un máximo y un mínimo mayores que B
- El rango intercuartil de A es mayor que el de B

Sección 12

Lección 50 (páginas 144 y 145)

1.

- a. V c. V e. F g. F
- b. F d. F f. V h. V

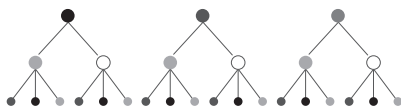
2.

- a. 64

3.

- a. 18

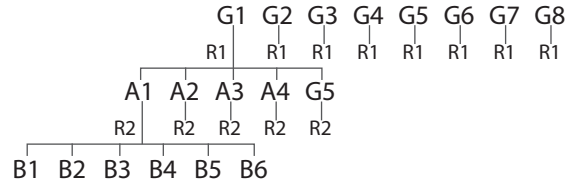
b.



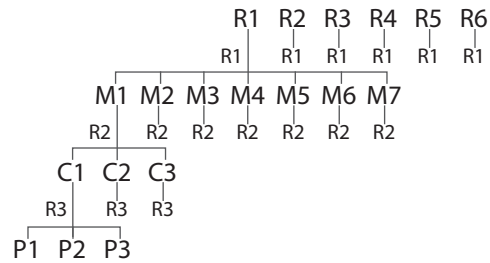
- c. 6
- d. 9
- e. 6

4.

- a. 40320
- b. 24
- c. 90
- d. 210
- e. 90
- f. 60
- g. 6
- h. 60 si no se pueden repetir los dígitos, 108 si se pueden repetir
- i. 240



j. 378

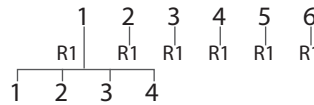


k. 12636000

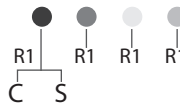
Lección 51 (páginas 146 y 147)

1.

- a. 24 elementos



- b. 8 elementos



2.

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

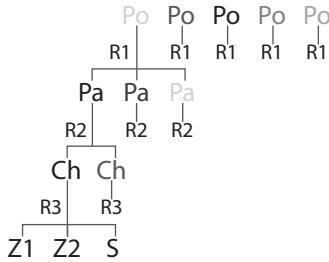
- a. 36 elementos
- b. $6 \cdot 6$
- 3. $6 \cdot 6 = 6^2 = 36$

4.

	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

5.

- a. principio multiplicativo
- b. 60
- c.



- d. 10
- e. 4

6.

- a. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4$
- b. 14 400
- c. 480
- d. 720
- e. 60

7.

- a. 12
- b. 3
- c. Que en la ruleta saque B, C o D y luego una bolita con A.
- d. 3
- e. Que en la ruleta saque A, C o D y luego una bolita con B.
- f. Que en la ruleta saque A, B o C y luego una bolita con D.
- g. Obtener una bolita A o B o C de cada urna

Lección 52 (páginas 148 y 149)

1.

- a. 0,025
- b. $0,008\bar{3}$
- c. $0,08\bar{3}$
- d. $0,0\bar{3}$
- e. 0,025
- f. $0,0\bar{3}$

2.

- a.
-
- b. 0,25
 - c. 0,25
 - d. 0,58
 - e. 0,125
 - f. 0,875

3. 0,06

4. 0

5. 0,0625

6. 0,0081

7. 0,008

8. 0,00032

9.

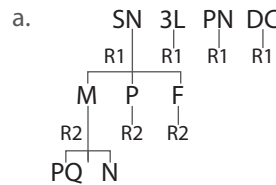
- a. 0,125
- b. 0,019
- c. 0,038
- d. 0,00961
- e. 0,75

10.

- a. 96 elementos
- b. $0,08\bar{3}$
- c. 0,0104
- d. 0,5
- e. 0,0104
- f. 0,25

¿Cómo voy? (páginas 150 y 151)

1.



b.

- (SN,M,PQ), (SN,M,N), (SN,P,PQ), (SN,P,N), (SN,F,PQ), (SN,F,N), (3L,M,PQ), (3L,M,N), (3L,P,PQ), (3L,P,N), (3L,F,PQ), (3L,F,N), (PN,M,PQ), (PN,M,N), (PN,P,PQ), (PN,P,N), (PN,F,PQ), (PN,F,N), (DC,M,PQ), (DC,M,N), (DC,P,PQ), (DC,P,N), (DC,F,PQ), (DC,F,N)

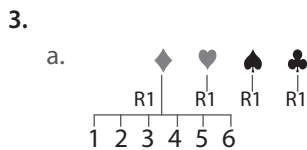
- c. 24 elementos
- d. $4 \cdot 3 \cdot 2$
- e. 0,042
- f. 0,042
- g. 0,625
- h. 0,25

Desafíos de integración

1.

- a. $\Omega: \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$
- b. 0,5
- c. 0,5
- d. 0,25
- e. 0,375
- f. 0,3125

- 2.
- $\Omega: \{CCC, CCS, CSC, CSS, SCC, SCS, SSC, SSS\}$
 - 0,5
 - 0,125
 - 0,625
 - 0,25
 - 0,125



- 0,125
- 0,25
- 0,041 $\bar{6}$
- e. 0,25
- 0,041 $\bar{6}$

Resolución de problemas (páginas 152 y 153)

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$ elementos
- d.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$\frac{33}{36} = 0,91\bar{6}$$

- $$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

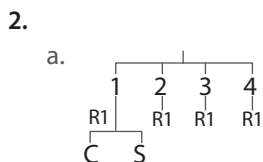
$$B = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

$$C = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25$$

e. Los trayectos con destino D y E



- $2 \cdot 6 \cdot 4$
- 32 elementos
- 1000000 de contraseñas con repetición de los dígitos
- $0,8\bar{3}$
- $0,8$
- 0,25

¿Qué aprendí? (páginas 154 y 155)

Parte I

- 172
 - 34
 - 30 - 44
-

- $]0,5];]5,10];]5,10];]10,15]$
 - $]10,15]$
 - 10 m
 - No, porque solo 80 personas esperan más de 15 minutos.
- 0,625
- 0,4
- $\{(1, 1)(1, 2)(1, 3)(1, 4)(2, 1)(2, 2)(2, 3)(2, 4)(3, 1)(3, 2)(3, 3)(3, 4)(4, 1)(4, 2)(4, 3)(4, 4)\}P$
 - 0,25

Parte II

- $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}$
 - Caja 2
 - Sacar una bolita blanca.
- Caja A.
-

Parte III

- D
- C
- C
- D
- A
- D



EDICIÓN ESPECIAL PARA EL
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN

